Devoir surveillé: Trigonométrie Correction

Exercice 1:

1. Pour convertir les angles de degré vers radian, on utilise le tableau de proportionnalité suivant

Degré	180	α
Radian	π	β

a) Convertissons 10°en radian

$$\frac{10 \times \pi}{180} = \frac{\pi}{18}$$

b) Convertissons $\frac{720}{7}$°en radian

$$\frac{\frac{720}{7} \times \pi}{180} = \frac{720}{7 \times 180}\pi = \frac{4}{7}\pi$$

c) Convertissons 600°en radian

$$\frac{600 \times \pi}{180} = \frac{10}{3}\pi$$

2. Plaçons les points sur le cercle

(a) Pour placer a, on convertit $\frac{2\pi}{7}$ en degré

$$\frac{\frac{2\pi}{7} \times 180}{\pi} = \frac{360}{7} \approx 51°$$

(b)

$$\frac{-45\pi}{6} = \frac{-42-3}{6}\pi = \frac{-42}{6}\pi + \frac{-3}{6}\pi = -7\pi - \frac{1}{2}\pi$$

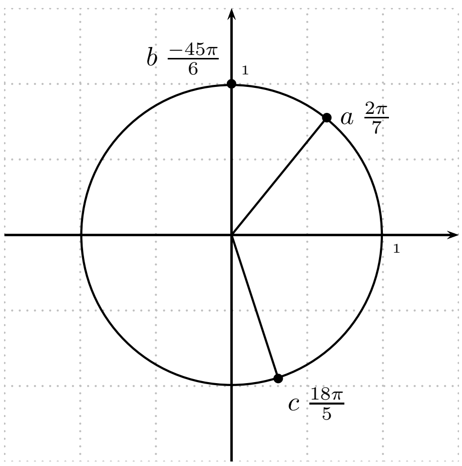
-8π correspond à 4 tours dans le sens indirect.

(c)

$$\frac{18\pi}{5} = \frac{15+3}{5}\pi = 3\pi + \frac{3}{5}\pi$$

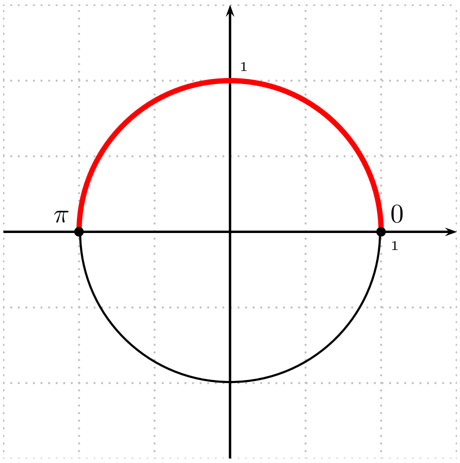
3π correspond à un tour et demi. Il reste à convertir $\frac{3}{5}\pi$en degré pour pouvoir placer c

$$\frac{\frac{3}{5}\pi \times 180}{\pi} = 108°$$

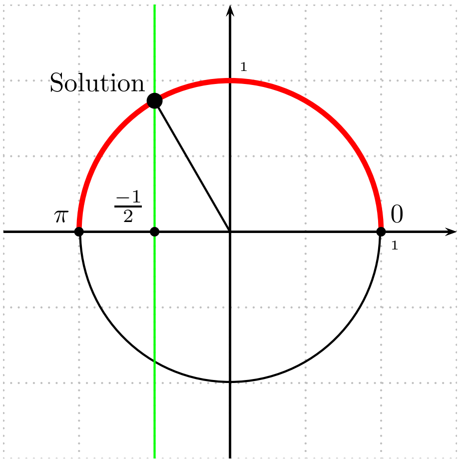


Exercice 2:

1. Pour résoudre l'équation $\cos(x) = \frac{-1}{2}$ avec $x \in [0\,;\pi]$. On commence par surligner sur le cercle trigonométrique l'intervalle $[0\,;\pi]$.

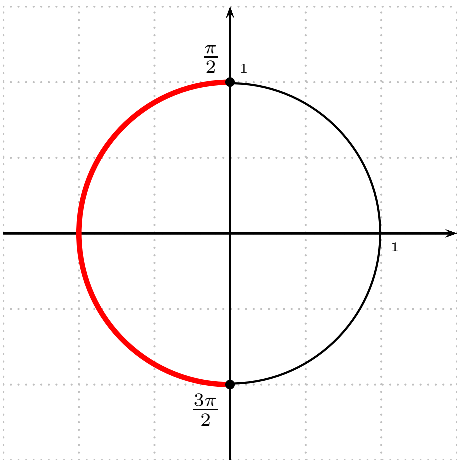


Ensuite on repère sur l'axe des abscisses la valeur $\frac{-1}{2}$ et on identifie notre angle

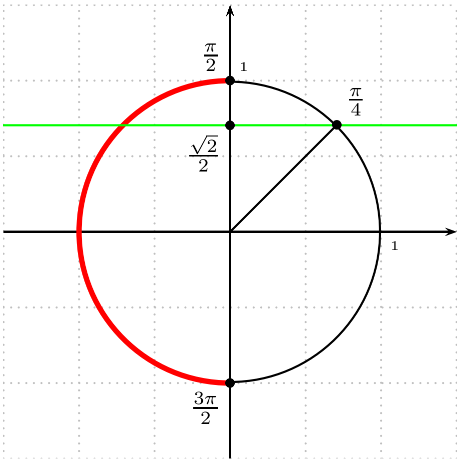


On en déduit donc que la solution de l'équation est $x = \frac{2\pi}{3}$.

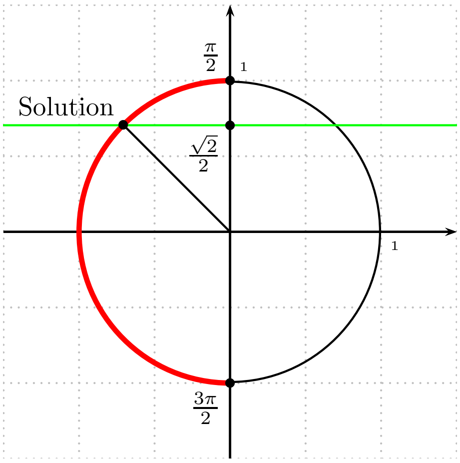
2. Pour résoudre l'équation $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $x \in \left[\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$. On commence par surligner sur le cercle trigonométrique l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$.



Pour placer la valeur $\frac{\sqrt{2}}{2}$, on sait que cette valeur correspond à un angle $\frac{\pi}{4}$, donc on peut trouver $\frac{\sqrt{2}}{2}$



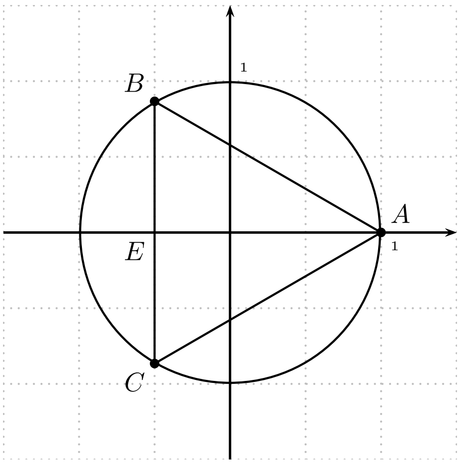
On peut alors repérer l'angle solution



On en déduit donc que la solution de l'équation est $x = \frac{3\pi}{4}$.

Exercice 3:

1. On peut calculer qu'un angle $\frac{2\pi}{3}$ correspond à un angle de 120°. On peut alors placer les points sur le cercle trigonométrique.



Le triangle ABC est un triangle équilatérale car note(TODO)

2. La hauteur du triangle est $[AE]$. On peut mesurer sa longueur en le découpant en

$$AE = AO + OE = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Donc AE mesure $\frac{3}{2}$.

3. Calcul de la distance BC. Pour cela, nous avons besoin des distances BE et EC (qui sont les mêmes). On constate que

$$BE = EC = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Donc

$$BC = BE + EC = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

4. On en déduit l'aire du triangle ABC

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{BC \times AE}{2} = \frac{\frac{3}{2} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

5. Comme le triangle ABC est équilatérale on en déduit le périmètre

$$\mathcal{P}_{ABC} = 3 \times BC = 3\sqrt{3}$$