

# Cours: Produit scalaire

Première S 2 – Mars 2015

## 1 Norme d'un vecteur

**Définition:** Soit  $\vec{u}$  un vecteur et  $A$  et  $B$  deux points tels que  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ . Alors la **norme** du vecteur  $\vec{u}$  est le réel positif ou nul, noté  $\|\vec{u}\|$  tel que  $\|\vec{u}\|$ .

On découvre petit à petit la définition de la norme d'un vecteur.

**Propriété:** Dans un repère orthonormé du plan,  $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  alors  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

On la démontre.

**Propriété:** Pour tout vecteur  $\vec{u}$ , on a  $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$

On la démontre.

## 2 Produit scalaire

**Définition:** Le classique

**Applications du produit scalaire**

- En physique : travail d'une force
- En math : ligne de niveau
- En math : caractériser l'orthogonalité

**Remarque:** Les deux vecteurs sont colinéaires :

- Dans le même sens :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \times CD$
- En sens contraire :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -AB \times CD$

**Définition:**  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux** si et seulement si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

## 3 Projeté orthogonal

*Dessin d'invariance du produit scalaire*

**Définition:** Le projeté orthogonal,  $H$ , d'un point  $M$  sur une droite  $(d)$  est le point d'intersection de la droite  $(d)$  et de la perpendiculaire à  $(d)$  passant par  $M$ . *On fait bien entendu un dessin!*

*Exo : 15a,b,d,ep217 /*

## 4 Calculer avec le produit scalaire

**Propriété:** Comutativité du produit scalaire.

*Activité autour de l'associativité du produit scalaire*

**Propriété:** Associativité du produit scalaire

**Propriété:** multiplication par un scalaire

**Propriété:** Norme et produit scalaire.

**Exemples:** Manipulation algébrique avec le produit scalaire.

*Exo asso : 31, 32, 33 p 218 35p219*