Bac blanc

Terminale STMG

12 février 2015

Épreuve de :

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve: 3h

Correction

Ce sujet comporte 10 pages, numérotées de 1 / 10 à 10/ 10

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

L'échange de calculatrice entre les élèves est strictement interdit.

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	6	4	6	4	20

points sont réservés à la présentation et à la rédaction.

Exercice 1 — 6 points

On s'intéresse à la population d'une ville et on étudie plusieurs modèles d'évolution de cette population.

En 2013, la population de la ville était de 15 000 habitants.

Partie A - Étude de deux modèles d'évolution

1 Hypothèse 1

En analysant l'évolution récente, on fait d'abord l'hypothèse que le nombre d'habitants augmente de 1 000 habitants par an.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants pour l'année $2013 + n$. On a ainsi $u_0 = 15\,000$.

a. Que représente u_1 ? Calculer u_1 et u_2.

> **Solution:** u_1 représente le nombre d'habitants pour l'année 2014.
> $u_1 = 15\,000 + 1\,000 = 16\,000$ et $u_2 = 16\,000 + 1\,000 = 17\,000$.

b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.

> **Solution:** La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 000 puisque chaque terme, sauf le premier, se déduit du précédent en ajoutant le même nombre.

c. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

> **Solution:** Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r est $u_n = u_0 + (n)r$. $u_n = 15\,000 + 1\,000n$.

d. Selon ce modèle, quelle devrait être la population en 2018 ?

> **Solution:** Selon ce modèle, la population en 2018 devrait être de 20 000 habitants. Le rang de l'année est 5, par conséquent nous avons $u_5 = 15\,000 + 1\,000 \times 5 = 20\,000$

e. Selon ce modèle, en quelle année la population devrait-elle atteindre 30 000 habitants ?

Solution: Selon ce modèle, déterminons en quelle année la population devrait atteindre 30 000 habitants. Pour ce faire, résolvons $15\,000 + 1\,000n = 30\,000$

$$15\,000 + 1\,000n = 30\,000 \iff n = \frac{30\,000 - 15\,000}{1\,000} = 15$$

La population devrait atteindre 30 000 habitants en 2028 (2013+15).

2 Hypothèse 2

On fait à présent l'hypothèse que le nombre d'habitants augmente de 4,7 % par an.

Le nombre d'habitants pour l'année $(2013 + n)$ est modélisé par le terme v_n d'une suite géométrique. Ainsi $v_0 = 15\,000$.

a. Calculer les valeurs des termes v_1 et v_2 arrondies à l'unité.

Solution: À un taux d'évolution de $4,7\,\%$ correspond un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{4,7}{100}$ =1,047.

$v_1 = 15\,000 \times 1,047 = 15\,705$ et $v_2 = 15\,705 \times 1,047 \approx 16\,443$.

b. Déterminer la raison de la suite (v_n) ?

Solution: La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $1,047$.

c. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

Solution: Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$. $u_n = 15\,000 \times (1,047)^n$ pour tout entier naturel n.

d. Calculer, selon ce modèle, le nombre d'habitants de la ville en 2028.

Solution: Selon ce modèle, le nombre d'habitants de la ville en 2028 est v_{15} puisque le rang de l'année est 15. $v_{15} = 15\,000 \times 1,047^{15} \approx 29\,874$.

e. En examinant l'évolution de villes comparables à celle que l'on étudie ici, des experts ont estimé que sa population allait augmenter de 50 % en 15 ans. Le résultat trouvé à la question précédente est-il en accord avec les prévisions des experts ? Justifier.

Solution: En examinant l'évolution de villes comparables à celle que l'on étudie ici, des experts ont estimé que sa population allait augmenter de 50 % en 15 ans. Le résultat trouvé à la question précédente n'est pas en accord avec les prévisions des experts car la population est quasiment multipliée par 2 soit une augmentation de près de 100 %.

Partie B - Analyse des résultats sur tableur

On utilise un tableur pour comparer l'évolution de la population suivant les deux modèles. Les cellules sont au format « nombre à zéro décimale ».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2	Rang	0	1	2	3	4	5	6	7
3	Population selon l'hypothèse 1	15 000							
4	Population selon l'hypothèse 2	15 000							

3 Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3, pour obtenir, par recopie vers la droite, les termes successifs de la suite (u_n) pour n variant de 1 à 7 ?

Solution: Une formule que nous pouvons saisir dans la cellule C3, pour obtenir, par recopie vers la droite, les termes successifs de la suite (u_n) pour n variant de 1 à 7 est =**B$3+1000**

4 Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C4, pour obtenir, par recopie vers la droite, les termes successifs de la suite (v_n) pour n variant de 1 à 7 ?

Solution: Une formule que nous pouvons saisir dans la cellule C4, pour obtenir, par recopie vers la droite, les termes successifs de la suite (v_n) pour n variant de 1 à 7 est =**B$4*1,047**

Exercice 2 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, **une seule des trois réponses proposées est correcte.**

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1 La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.

La probabilité de l'événement $\{X \leqslant 10\}$, notée $P(X \leqslant 10)$, est égale à :

- $P(X < 11)$
- $P(0 \leq X \leq 10)$
- $\boxed{P(X < 10)}$

2 La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.

La probabilité de l'événement $\{8 \leqslant X \leqslant 16\}$, notée $P(8 \leqslant X \leqslant 16)$, vaut, à 10^{-2} près :

- 0,5
- $\boxed{0{,}95}$
- 0,68

3 La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.

La probabilité de l'événement $\{8 \leqslant X \leqslant 12\}$, notée $P(8 \leqslant X \leqslant 12)$, est égale à :

- $1 - P(X \geq 8)$
- $0,5 + P(X \geq 8)$
- $\boxed{0,5 - P(X \leq 8)}$

4 En France, le 1er janvier 2010, 48,7 % des foyers possédaient au moins un écran plat de télévision. Une étude s'intéresse à un échantillon de 150 foyers possédant au moins un écran plat de télévision et domiciliés dans une même ville. Un intervalle de fluctuation à au moins 95 % de la fréquence de ces foyers possédant un écran plat est :

- $[48,6\,;48,8]$
- $[0,35\,;0,52]$
- $\boxed{[0,40\,;0,57]}$

Exercice 3 — 6 points

Les données du tableau ci-dessous, reproduit dans l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, concernent l'évolution de la part d'énergie renouvelable dans la production annuelle d'électricité de l'Union Européenne, pour la période allant de 2003 à 2008.

(*Source, Eurostat-Énergie*)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5
3	Part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne, en % (y_i)	12,9	13,9	14	14,6	15,5	16,7
4	Taux annuel d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en %		7,8				

Lecture du tableau :

- dans la cellule B3, 12,9 % est la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité en 2003.
- dans la cellule C4, 7,8 % est le taux d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, arrondi à $0,1$ % près, de 2003 à 2004.

Le graphique de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** représente le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$.

1 Quelle formule doit-on entrer dans la cellule C4 et recopier sur la plage D4 : G4 pour obtenir les taux annuels d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en % ?

> **Solution:** La formule que nous devons entrer dans la cellule C4 et recopier sur la plage D4 : G4 pour obtenir les taux annuels d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en % est :
>
> =(C3-B3)*100/B3 ou =(C$3-B$3)*100/B$3

2 Compléter le tableau fourni dans l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

> **Solution:** Voir à la fin de l'exercice

3 Déterminer le taux d'évolution global de la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne entre 2003 et 2008.

Solution: Calculons le taux d'évolution global de la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne entre 2003 et 2008. Appelons-le T.

Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$

$$T = \frac{16{,}7 - 12{,}9}{12{,}9} \approx 0{,}294\,57$$

Le taux d'évolution global de la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne entre 2003 et 2008 est d'environ 29,5 %

On arrondira le résultat à $0,1\,\%$ *près.*

4 Montrer que le taux annuel moyen d'évolution entre 2003 et 2008, arrondi à 0,1 % près, est égal à 5,3 %.

Solution: Montrons que le taux annuel moyen d'évolution entre 2003 et 2008, arrondi à 0,1 % près, est égal à 5,3 %. Le coefficient multiplicateur global est $1+T$ d'une part et $(1+t_m)^5$ car la part d'énergie renouvelable a, entre 2003 et 2008, subi 5 évolutions d'où $t_m = (1+T)^{\frac{1}{5}} - 1$, $\quad t_m = (1{,}295)^{\frac{1}{5}} - 1 \approx 0{,}053$.

La droite de régression par la méthode des moindres carrés

5 En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite $\mathcal{D}$ qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés.

Solution:

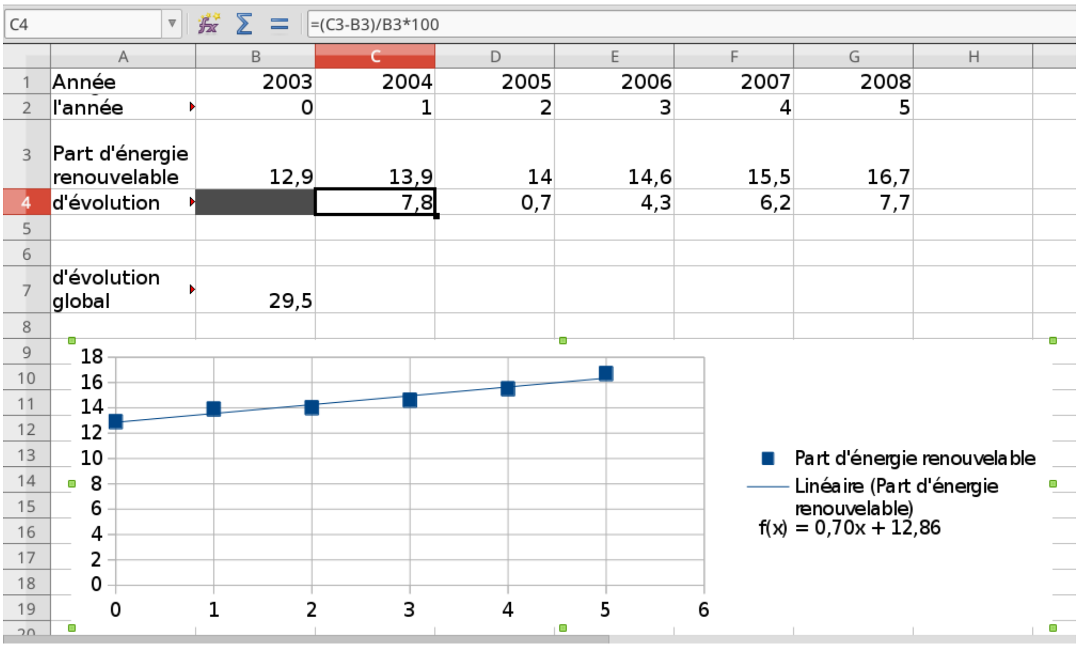
6 En utilisant la calculatrice, donnons une équation de la droite $\mathcal{D}$ qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés.

On arrondira les coefficients à 10^{-3} *près.*

7 On prend comme équation de la droite $\mathcal{D}: y = 0,70x + 12,86$. Tracer cette droite sur le graphique de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

Solution: Voir le complement

Solution: Voici un complément avec le tableur :



C4 =(C3-B3)/B3*100

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	
2	l'année	0	1	2	3	4	5	
3	Part d'énergie renouvelable	12,9	13,9	14	14,6	15,5	16,7	
4	d'évolution		7,8	0,7	4,3	6,2	7,7	
5								
6								
7	d'évolution global	29,5						

Exercice 4 — 4 points

Les résultats d'une étude sur l'énergie éolienne en France de 2000 à 2010 sont donnés dans le tableau ci-dessous. La « capacité en MW » est la quantité annuelle d'électricité fournie par l'ensemble du parc éolien, exprimée en mégawatts et arrondie à l'unité. Le « pourcentage d'évolution » est le taux d'évolution de la capacité par rapport à celle de l'année précédente.

Année	Capacité en MW	Pourcentage d'évolution
2000	68	
2001	95	+ 39,71 %
2002	148	+ 55,79 %
2003	248	
2004	386	+ 55,65 %
2005	757	+ 96,11 %
2006		+ 107,00 %
2007	2 455	+ 56,67 %
2008	3 404	+ 38,66 %
2009	4 492	+ 31,96 %
2010	5 660	+ 26,00 %

Source : www.thewindpower.net

Les résultats donnés en pourcentage seront arrondis au centième.

1 a. Calculer le taux d'évolution de la capacité de 2002 à 2003, exprimé en pourcentage.

Solution: Calculons le taux d'évolution de la capacité de 2002 à 2003, exprimé en pourcentage.

Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$ $t = \dfrac{248-148}{148} \approx 0{,}6757$

Le taux d'évolution de la capacité de 2002 à 2003, exprimé en pourcentage est environ 67,57 %.

b. Calculer la capacité en MW de l'année 2006, arrondie à l'unité.

Solution: Calculons la capacité en MW de l'année 2006, arrondie à l'unité.

À un taux d'évolution de 107 % correspond un coefficient multiplicateur de 2,07. La capacité en 2005 est de 757 MW. $757 \times 2{,}07 = 1\,566{,}99$. La capacité en 2006 à l'unité près est de 1567 MW.

2 a. Calculer le taux d'évolution global de la capacité de 2007 à 2010, exprimé en pourcentage.

Solution: Calculons le taux d'évolution global de la capacité de 2007 à 2010, exprimé en pourcentage. Appelons-le T.

$$T = \frac{5\,660 - 2\,455}{2\,455} \approx 1{,}3055.$$

le taux d'évolution global de la capacité de 2007 à 2010, exprimé en pourcentage est d'environ 130,55 %.

b. Déterminer le taux d'évolution moyen annuel de 2007 à 2010.

Solution: On appelle T_m le taux d'évolution moyenne annuel de 2007 à 2010. Entre ces deux années, il y a eut trois évolutions donc

$$\begin{aligned}
(1+T_m)^3 &= 1 + \frac{130,55}{100} \\
(1+T_m)^3 &= 2,3055 \\
1+T_m &= (2,3055)^{1/3} = 1,3210 \\
T_m &= 1,3210 - 1 = 0,3210 = 32,10\%
\end{aligned}$$

Donc le taux d'évolution moyen est de 32,10%

Annexe 2 à rendre avec la copie

Exercice 3 : tableau à compléter

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5
3	Part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne, en % (y_i)	12,9	13,9	14	14,6	15,5	16,7
4	Taux annuel d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en %		7,8				

Exercice 3 : graphique à compléter

Part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité par année dans l'Union Européenne à 27 pays depuis 2003 (*Source : Eurostat*)