Devoir surveillé: DST 2

Terminale STMG – Mercredi 18 mars 2015 – Durée :

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 — 9 points

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante

L'entreprise SAPIQ commercialise des pots de moutarde de 800 g. Un pot est déclaré **conforme** s'il contient entre 790 g et 810 g de moutarde.

Partie A

L'entreprise dispose de deux machines m_1 et m_2.
La première machine m_1 produit 60 % des pots fabriqués par l'entreprise, le reste de la fabrication étant assuré par la machine m_2.
7 % des pots produits par la machine m_1 sont non conformes, alors que la proportion de pots non conformes produits par la la machine m_2 est de 2 % seulement.
On prélève un pot au hasard dans la production totale.
On adopte les notations suivantes :

- M_1 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m_1. »
- M_2 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m_2. »
- C désigne l'évènement : « le pot est conforme ».

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1 Compléter l'arbre de probabilités fourni en annexe.

2 a. Décrire en une phrase l'évènement $M_1 \cap \overline{C}$.

> **Solution:** Cela signifie : "le pot provient de la machine m_1 et qu'il n'est pas conforme.

b. Calculer la probabilité $p\left(M_1 \cap \overline{C}\right)$.

> **Solution:** Cette probabilité correspond à la feuille en vert note(colorier la fleuille) donc
>
> $$p\left(M_1 \cap \overline{C}\right) = \frac{60}{100} \times \frac{7}{100} = 0,042$$
>
> 4,2% des pots produits sont produits par la machine 1 et ne sont pas conformes.

c. Vérifier que $p\left(M_2 \cap \overline{C}\right) = 0,008$.

> **Solution:** Cette probabilité correspond à la feuille en bleu note(colorier la fleuille) donc
>
> $$p\left(M_2 \cap \overline{C}\right) = \frac{40}{100} \times \frac{2}{100} = 0,008$$
>
> 0,8% des pots produits sont produits par la machine 2 et ne sont pas conformes.

3 Justifier que $p\left(\overline{C}\right) = 0,05$. interpréter cette probabilité.

> **Solution:** On cherche à calculer $p(\overline{C})$ ce qui correspond à la probabilité qu'un pot ne soit pas conforme cette probabilité correspond à toutes les feuilles $\overline{C}$ dans l'arbre donc
>
> $$p(\overline{C}) = p(M_1 \cap \overline{C}) + p(M_2 \cap \overline{C}) = 0,042 + 0,008 = 0,05$$
>
> 5% des pots ne sont pas conformes.

4 On prélève au hasard un pot parmi les pots non-conformes.
Déterminer la probabilité qu'il provienne de la machine m_2.

Solution: On veut calculer la probabilité d'avoir un pot venant de la machine m_2 parmi les pots non-conformes. On calcule donc

$$P_{\overline{C}}(M_2) = \frac{p(\overline{C} \cap M_2)}{p(\overline{C})} = \frac{0,008}{0,05} = 0,16$$

Partie B

L' entreprise SAPIQ reçoit un agent commercial vantant les mérites d'une nouvelle machine. La masse de moutarde contenue dans un pot produit par cette nouvelle machine est modélisée par une variable aléatoire X. On admet que X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart type 6.

5 a. Calculer $P(X > 810)$.

Solution: Comme X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart-type 6, pour calculer $P(X > 810)$ on tape sur sa calculatrice :

```
normalFRep(810, 10^99, 800,6)
```

Et on obtient $P(X > 810) = 0,048$

b. Calculer la probabilité arrondie au millième, qu'un pot produit par la nouvelle machine soit conforme.

Solution: Pour qu'un pot soit conforme, il faut que sa masse comprise entre 790 et 810g.

$$P(790 < X < 810) = 0,904$$

6 a. Déterminer l'intervalle centré 800 et contenant 95% des masses des pots.

Solution: L'intervalle contenant 95% des valeurs et centré en 800 est $[\mu - 2\sigma\,;\mu + 2\sigma]$ donc

$$[800 - 2 \times 6; 800 + 2 \times 6] \quad \text{donc} \quad [788; 812]$$

b. L'agent commercial avance l'argument suivant : « X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart type 6. Cela signifie que tous les pots produits par notre machine contiennent entre 794 et 806 g de moutarde ; ils sont donc tous conformes. »
L'argument de l'agent commercial est-il exact ? Justifier.

Solution: D'après la question précédente, 95% des pots produits contiennent entre 788 et 812 grammes de moutarde. Ce qui signifie que 5% sont en dehors de cet intervalle et donc non conformes. L'argument de l'agent commercial n'est donc pas exact.

Exercice 2 6 points

On construit le tableau ci-dessous des indices de la féquentation des campings 4 étoiles ou plus, en prenant comme indice de référence 10à en 2004.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Fréquentation en miliers de nuitées	25 156		28 295	28897	30 063	31 212	32 014
Indice	100	105,22	11,48		119,51	124,07	

1 Calculer la fréquentation en 2005.

Solution: Fréquentation en 2005 :

$$\frac{25156 \times 105,22}{100} = 26469$$

2 Calculer l'indice, arrondi au centième, correspondant à l'année 2007.

Solution: Indice en 2007

$$\frac{28897 \times 100}{25156} = 114,87$$

3 a. Calculer le taux d'évolution global de la fréquentation entre 2004 et 2010. On donnera le résultat en pourcentage à 0,01 près.

Solution: Taux d'évolution entre 2004 et 2010

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1} = \frac{32014 - 25156}{25156} = 0,2726 = 27,26\%$$

b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen de la fréquentation entre 2004 et 2010.On donnera le résultat en pourcentage à 0,01 près.

Solution: On note t_m le taux d'évolution annuel moyen entre 2004 et 2010 (6 évolutions). On a donc

$$\begin{aligned} (1+t_m)^6 &= 1+0,2726 \\ 1+t_m &= 1,2627^{1/6} \\ t_m &= 1,04099 - 1 = 0,04099 \approx 0,0410 = 4,10\% \end{aligned}$$

4 On suppose que la fréquentation continue à augmenter de 4,10% par an. Quelle sera alors la fréquentation en 2015 ?

Solution: De 2010 à 2015, il y aura eut 5 évolutions. Donc pour calculer la fréquentation en 2015, on fait

$$32014 \times (1 + \frac{4,1}{100})^5 = 39137$$

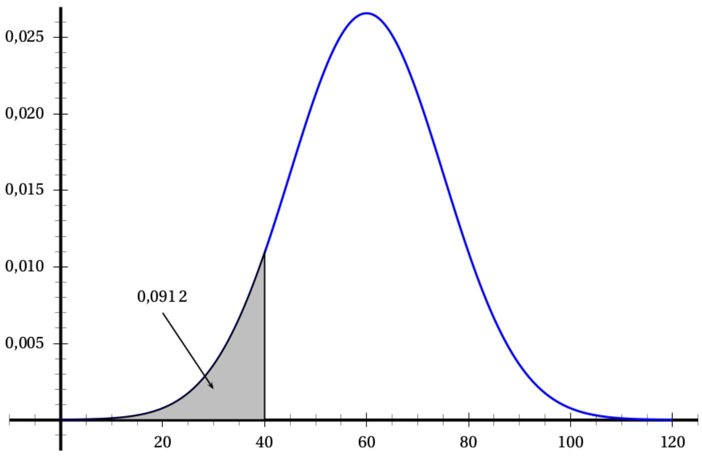
La fréquentation sera de 39137 nuités en 2015.

Exercice 3 4 points

Après réalisation d'une enquête, on estime que le temps en minutes, consacré quotidiennement par un élève à faire ses devoirs scolaires, est une variable aléatoire X suivant une loi normale, d'espérance 60 et d'écart type 15.

L'allure de la courbe de densité de cette loi normale est représentée ci-dessous.

L'égalité $P(X \leqslant 40) = 0,0912$ est illustrée graphiquement.



1 La probabilité qu'un élève consacre quotidiennement plus de 40min à faire ses devoirs scolaires est :
a. 0,0912 b. 0,8076 c. 0,8 d. 0,9088

2 La probabilité qu'un élève consacre quotidiennement plus de 80 minutes à faire ses devoirs scolaires est :
a. 0,0912 b. 0,8076 c. 0,8 d. 0,9088

3 La probabilité qu'un élève consacre quotidiennement entre 40 et 80 minutes à faire ses devoirs scolaires est :
a. 0,817 b. 0,95 c. 0,5 d. 0

4 La probabilité qu'un élève consacre quotidiennement moins d'une heure à faire ses devoirs scolaires est :
a. 0,5 b. 0,6 c. 1 d. 0,1368

Annexe
À rendre avec le copie
Exercice 1