Cours: Fonction dérivée

Première S 2 – Décembre 2014

1 Fonction dérivée

Définition: Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}_f$ et I un sous ensembre inclus dans $\mathcal{D}_f$.

On dit que f est **dérivable sur** I si et seulement si f est dérible en tous points de I.

La fonction qui à chaque réel $x \in I$ associe le nombre $f'(x)$ est appelée la **fonction dérivée** de f sur I. On note cette fonction

$$f' : x \quad \mapsto \quad f'(x)$$

Remarque: Déterminer graphiquement si une fonction est dérivable.

a un point de I, f est dérivable en a si $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(h)}{h}$ existe. Dans ce cas, la courbe représentative de f a une tangente en a. Donc f n'est pas dérivable en a se determine graphiquement quand la courbe représentative de f n'a pas de tangente.

- Cas où f est discontinue
- Cas où la courbe de f a un angle.

On rappelle que dans le cas où f est dérivable en a, $f'(a)$ est le coefficent directeur de la tangente.

Exemples: Calcul d'une fonction dérivée à partir d'un polynôme du 2nd deg

2 Vaiation de f et signe de f'

Propriété: Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle I.

- f est **croissante** si et seulement si f' est positive sur I.
- f est **décroissante** si et seulement si f' est négative sur I.
- f est **constante** si et seulement si f' est nulle sur I.

Exemples: On reprend le polynôme de l'exemple précédent et on fait le tableau de signe.

3 Dérivation des polynômes

On les démontre avant de faire le bilan. **Propriété:** Dérivées des fonctions usuelles.

Fonction	Domaine de définition	Domaine de dérivation	fonction dérivée
Constante $f : x \mapsto k$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f' : x \mapsto 0$
Linéaire $f : x \mapsto ax$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f' : x \mapsto a$
Carré $f : x \mapsto x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f : x \mapsto 2x$
Puissance $f : x \mapsto x^n$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f : x \mapsto n \times x^{n-1}$

4 Extremum

Propriété: Soit f dérivable sur I.

Si f admet un extremum (minimum ou maximum) en a alors $f'(a)$ est nulle.