

# Devoir Commun

## Première S

10 février 2015

Épreuve de :

# MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve: 3 heures

Ce sujet comporte 6 pages, numérotées de 1 / 6 à 6 / 6

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

L'échange de calculatrice entre les élèves est strictement interdit.

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	9	4	8	10	5	36

**4 points** sont réservés à la présentation et à la rédaction.

**Exercice 1**

9 points

- 1 Tracer un repère orthonormé et placer les points  $A(-3; 2)$ ,  $B(-2; -3)$  et  $C(8; 1)$ .
- 2 Tracer la droite  $(BC)$  puis calculer une équation cartésienne de cette droite.
- 3 a. Tracer la droite  $(d_1)$  passant par  $A$  et qui a pour vecteur directeur  $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ .  
b. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(d_1)$ .
- 4 Les droites  $(BC)$  et  $(d_1)$  sont-elles parallèles ?
- 5 Soit  $(d_2)$  la droite d'équation  $3x - 4y + 3 = 0$ . Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont-elles parallèles ?

**Exercice 2**

4 points

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f : x \mapsto 2x^3 + 21x^2 - 180x + 6$$

Tracer le tableau de variation de cette fonction.

**Exercice 3**

8 points

Une machine déverse du caoutchouc de façon continue dans un moule pour fabriquer des joints d'étanchéité que l'on utilise dans l'industrie automobile. On veut contrôler la régularité de l'écoulement du caoutchouc dont les variations affectent les dimensions du joint. On effectue alors des mesures sur cette machine. On obtient des masses de caoutchouc en grammes, chacune étant obtenue par un écoulement de caoutchouc d'une durée de 30 secondes. On a obtenu 20 mesures.

269,7	263,6	264,4	259,7	262,4
263,4	260,7	265	267	265,6
268,8	260,3	263,4	267,6	264,1
272,9	264,5	266,2	265,9	265,3

- 1 Déterminer la moyenne, l'écart-type, la médiane, les quartiles et l'écart interquartile de cette série.
- 2 Construire un diagramme en boîte permettant une première analyse.
- 3 Quel pourcentage des valeurs obtenues lors de ce contrôle se trouvent entre 263,4 et 266,4 ?
- 4 Le statisticien J.W Tukey qualifiait d'aberrantes les valeurs d'une série statistique qui se situaient à l'extérieur de l'intervalle :  $[Q_1 - 1,3 \times I; Q_3 + 1,3 \times I]$ , où  $I$  désigne l'écart interquartile,  $Q_1$  le premier quartile et  $Q_3$  le troisième quartile.

- a. Le contrôle sur la machine fait-il apparaître des valeurs aberrantes ? Lesquelles ?
- b. Quel est le pourcentage de valeurs aberrantes ?

5 Il existe plusieurs méthodes de construction d'un diagramme en boîte. Voici une forme, légèrement différente de celle vu en cours, utilisée par J.W. Tukey pour faire apparaître les valeurs qualifiées d'aberrantes :

- Le rectangle central est inchangé : la limite inférieure est fixée au premier quartile, la limite supérieure au troisième quartile et une ligne, donnant la position de la médiane, coupe le rectangle.
  - Les "moustaches" sont elles modifiées : leur longueur vaut 1,3 fois l'écart interquartile. Ainsi, les deux extrémités des "moustaches" ont pour valeurs :  $Q_1 - 1,3 \times I$  et  $Q_3 + 1,3 \times I$ .
  - Les valeurs situées hors de ces "moustaches" correspondent aux observations aberrantes et sont représentées chacune par un point.
- a. En utilisant la même graduation qu'à la question 2, construire un tel diagramme en boîte correspondant aux valeurs de la série.
  - b. Comparer les deux diagrammes.

**Exercice 4****10 points**

L'entreprise *Bibuild* veut lancer une nouvelle gamme de visseuse sur le marché. Elle a fait appel à une entreprise experte qui lui a fait les rapports suivants.

**Étude de marché :**

Dans ce rapport,  $x$  représente le prix d'une visseuse. Ce prix est limité à 130€ après quoi l'étude suivante perd son sens.

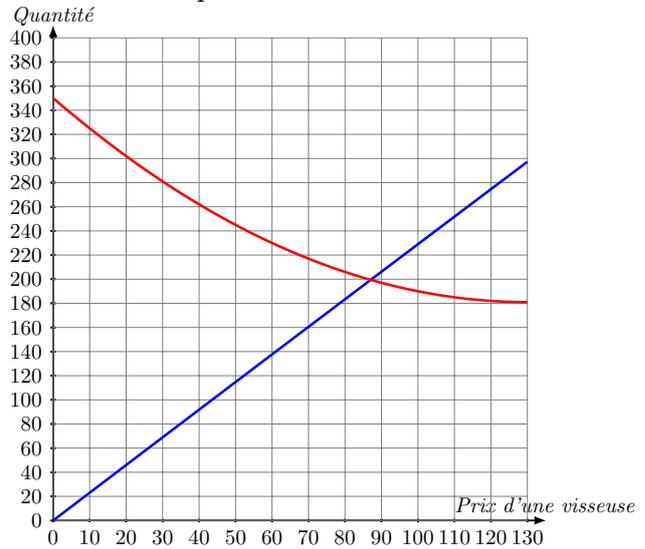
Notre étude nous a amené à modéliser l'offre et la demande par les deux fonctions suivantes :

La fonction d'offre est donnée par

$$O(x) = -0,001x^2 + 2,3x$$

La fonction de demande est donnée par

$$D(x) = 0,01x^2 - 2,6x + 350$$



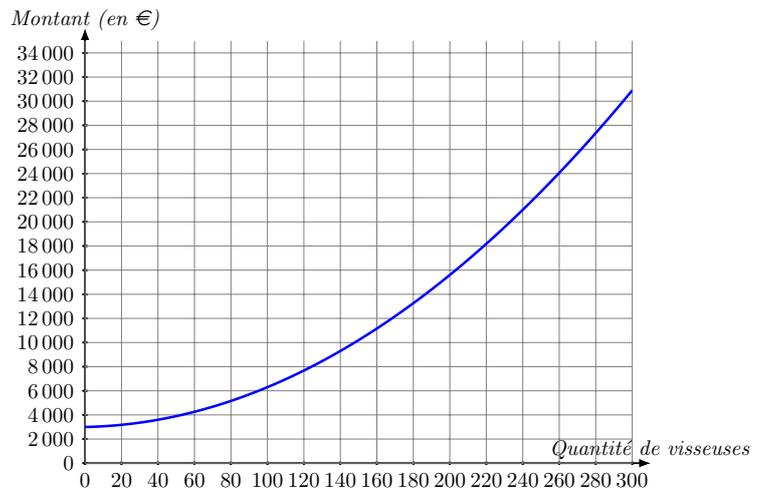
Nous vous rappelons que pour qu'une entente soit trouvée entre l'acheteur et le vendeur, il faut que l'offre soit égale à la demande. On appelle alors *prix d'équilibre du produit* le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

**Étude de la production**

Ici  $x$  représente la quantité de visseuses. Les capacités de l'usine font que la production est limitée à 300 visseuses.

Coût de production

$$C(x) = 0,3x^2 + 3x + 3000$$



Nous vous rappelons que les bénéfices se calculent de la manière suivante

$$\text{Bénéfices} = \text{Recettes} - \text{Coûts}$$

### Analyse de l'étude de marché

L'étude de marché va permettre de déterminer le prix optimal d'une visseuse.

- 1 a. Déterminer **graphiquement** le nombre de produits offerts et le nombre de produits demandés lorsque le prix du produit est de 18€.
  - b. Retrouver ces résultats par le calcul.
  - c. Dans ce cas là, y a-t-il plus d'offre ou de demande ?
  - d. Donner un prix où la situation est inversée.
- 2 Pour que l'entreprise puisse vendre tout ce qu'elle produit, il faut qu'elle fixe le prix de ces visseuses au prix d'équilibre. Déterminer ce prix et la quantité échangée associée.

### Analyse de la production

Le gérant de l'entreprise, après avoir lu l'étude de marché, fixe le prix d'une visseuse à 89,99€. Il doit maintenant déterminer combien de visseuses son entreprise doit produire pour maximiser ses bénéfices.

- 3 Déterminer la fonction  $R$  qui calcule les recettes à partir du nombre de visseuses  $x$ .
- 4 Combien doit-il produire de visseuses pour que ses bénéfices soient maximaux ?
- 5 Combien de visseuses doit-il produire pour que ses bénéfices soient supérieurs à 3000€ ?

## Exercice 5

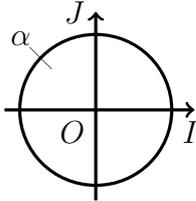
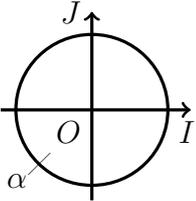
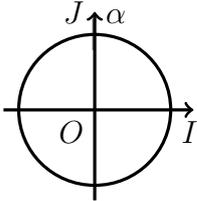
5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

	A	B	C
Placer l'angle $\alpha = \frac{-5\pi}{4}$ .			
Donner la mesure principale de l'angle $\frac{2015\pi}{4}$	$-\frac{1}{4}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$503,75\pi$
Convertir en degrés $\frac{-5\pi}{3}$	300	-300	60
Calculer le nombre dérivé en -3 de $f : x \mapsto x^2 - 4x - 1$	-10	$10 + h$	-2
Déterminer l'équation réduite de la tangente en 1 de la fonction suivante	$y = -x + 2$	$y = x + 2$	$y = 2x + 1$

