

Devoir surveillé: DS 3

Première S 2 – 23 novembre 2014 – Durée : 1 heure

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1

4 points

Soit $f : x \mapsto -4x^2 + x - 3$ une fonction polynôme du second degré.

- 1 Mettre f sous la forme canonique.

Solution: On reconnaît les coefficients de f : $a = -4$, $b = 1$ et $c = -3$ Donc

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{-8} = \frac{1}{8} \\ \beta &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{1^2 - 4 \times (-4) \times (-3)}{4 \times (-4)} \\ &= -\frac{1 - 48}{-16} = \frac{-47}{16}\end{aligned}$$

Donc la forme canonique de f est

$$\begin{aligned}f(x) &= a(x - \alpha)^2 + \beta \\ f(x) &= -3\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-47}{16}\end{aligned}$$

- 2 Quel est le nom de la courbe représentative de f ? Quels sont les coordonnées de son sommet ?

Solution: Comme f est un polynôme du 2nd degré, sa courbe représentative est une **parabole**. Les coordonnées de son sommet sont $(\alpha; \beta) = \left(\frac{1}{8}; \frac{-47}{16}\right)$.

- 3 Tracer l'allure de la courbe représentative de f .

Solution: ...

- 4 Donner le tableau de variation de f .

Solution: ...

Exercice 2

4 points

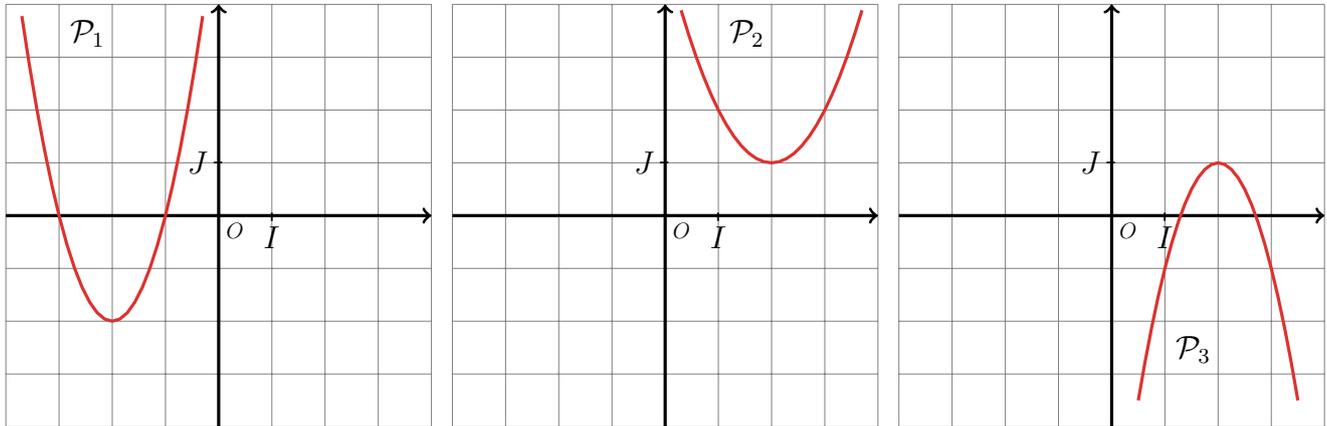
Voici 3 fonctions polynôme du second degré.

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$g(x) = -2x^2 + 8x - 7$$

$$h(x) = 2x^2 + 8x + 6$$

Voici 3 courbes \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 .



Retrouver à quelle fonction correspond chaque courbe, en justifiant.

Solution: La courbe \mathcal{P}_3 ne peut être que la courbe représentative de g car elle a ses branches vers le bas et c'est la seule fonction qui a pour premier coefficient (a) un nombre négatif.

Pour distinguer les deux autres, on peut calculer les coordonnées du sommet de la courbe représentative de f .

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\beta = \frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 5}{4 \times 1}$$

$$\beta = -\frac{16 - 20}{4} = 1$$

Donc le sommet de la courbe représentative de f a pour coordonnées (2; 1) c'est donc la courbe \mathcal{P}_2 .

Par élimination, la courbe représentative de h est \mathcal{P}_1 .

Exercice 3

6 points

Deux vaches sont confortablement installées dans un champ au bord d'une route peu fréquentée. Aujourd'hui, elles ont décidé de compter les voitures rouges qui passent devant elles. Leurs longues ruminations des mois précédents leur ont appris que la couleur d'une voiture était indépendante de la couleur de la voiture précédente et qu'il y avait environ 30% de voitures rouges. Elles ont vu 3 voitures.

On nomme X la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures rouges qui passent devant les deux vaches.

- 1 Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.

Solution: X suit une loi binomiale de paramètres 3 et 0,3. En effet, on répète 3 fois une expérience de Bernoulli (passage d'une voiture) de façon indépendante.

Dans chacune de ces expériences, un succès est le passage d'une voiture rouge (avec probabilité $30\% = 0,3$) et un échec est le passage d'une voiture d'une autre couleur.

- 2 Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$.

Solution: faire le graphique

$$P(X = 0) = 0.7 \times 0.7 \times 0.7 = 0.343$$

$$P(X = 1) = 3 \times 0.3 \times 0.7 \times 0.7 = 0.441$$

- 3 Quelle est la probabilité pour que les deux vaches aient vu au moins deux voitures rouges?

Solution: Calcul de la probabilité que les vaches voient au moins 2 voitures rouges :

$$\begin{aligned} P(\{\text{Au moins deux voitures rouges}\}) &= P(X \geq 2) \\ &= P(X = 2) + P(X = 3) \\ &= 3 \times 0.7 \times 0.3 \times 0.3 + 0.3 \times 0.3 \times 0.3 \\ &= 0.216 \end{aligned}$$

Exercice 4**6 points**

Cet exercice est une questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est correcte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste apporte 1,5 point, une réponse fausse enlève 0,5 point et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de points. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

- 1 Un panier contient 20 fraises et 30 framboises. On prend simultanément 5 fruits. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de fraises. X suit alors une loi binomiale de paramètres 5 et $\frac{20}{50}$.

a) Vrai b) Faux

Solution: C'est faux, car il les tirages sont sans remise donc ils ne sont pas indépendants.

- 2 Le coefficient binomial $\binom{9}{8}$ est égal à

a) $\binom{8}{7}$ b) 9 c) $\binom{9}{0}$

Solution: On sait que $\binom{n}{n-1} = n$ donc $\binom{9}{8} = 9$.

- 3 Dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et 0,7, $\binom{n}{k}$ est le nombre de chemins avec k succès.

a) Vrai b) Faux

Solution: C'est la définition de $\binom{n}{k}$.

- 4 On considère X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 5 et $\frac{3}{11}$. X peut alors prendre les valeurs entières comprises entre 1 et 5.

a) Vrai b) Faux

Solution: C'est faux car X peut aussi valoir 0.