Devoir Commun

Seconde

11 février 2015

Épreuve de :

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve: 3h

Correction

Ce sujet comporte 11 pages, numérotées de 1 / 11 à 11/ 11

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

L'échange de calculatrice entre les élèves est strictement interdit.

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	10	9	5	6	6	36

4 points sont réservés à la présentation et à la rédaction.

Exercice 1 — 10 points

Un magasin a annoncé sa journée de promotion par une distribution de tracts sur lesquels était indiqué :

Grande journée de promotion ! Dépensez moins !

Partie 1

Le tableau ci-dessous donne les montants en euros, arrondis à l'unité, des achats effectués par les 80 clients du magasin pendant une journée ordinaire.

2	3	5	5	5	8	8	8
8	10	10	10	10	10	10	10
11	13	14	14	14	20	20	20
20	20	20	21	24	24	25	26
30	30	30	30	30	30	31	33
33	35	36	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	40	40	40
40	40	40	40	40	40	42	42
42	43	43	43	44	44	45	45
45	45	45	46	46	47	55	60

1. Quelle est la population concernée par cette étude statistique ? Quel est le caractère étudié ?

Solution: Dans cette étude statistique, la population est l'ensemble des clients et le caractère étudié est leurs depenses.

2. Tracer le tableau des effectifs de cette série statistique.

Solution: Tableau des effectifs

note(à faire..)

3. a. Déterminer le pourcentage de clients ayant effectué des achats pour un montant ne dépassant pas les 27€.

Solution: Pourcentage des clients ayant fait des achats pour moins de 27€

$$\frac{32}{80} = 0,4 = 40\%$$

b. Déterminer le pourcentage de clients ayant effectué des achats entre 30€ et 40€ inclus.

Solution: Pourcentage des clients ayant fait des achats entre 30 et 40€.

$$\frac{30}{80} = 0,375 = 37,5\%$$

4 Calculer la moyenne de cette série statistique.

Solution: note(à faire..)

5 a. Déterminer le minimum et le maximum de cette série statistique.

Solution: En lisant le tableau de valeurs :

- Mininum : 2
- Maximum : 60

b. Déterminer la médiane de cette série statistique.

Solution: Médiane de cette série. Dans le sujet les données sont déjà rangées par ordre croissant.

Effectif total : 80

Position de la médiane : $\frac{80}{2} = 40$ Donc la médiane se trouver entre la 40 et la 41ième valeur. Donc $Me = 33$.

c. Déterminer les quartiles de cette série statistique.

Solution: Position du premier quartile : $\frac{1}{4} \times 80 = 20$. Donc le premier quartile se trouve entre la 20ième et la 21ième valeur. Donc $Q_1 = 14$.

Position du troisième quartile : $\frac{3}{4} \times 80 = 60$. Donc le troisième quartile se trouve entre la 60ième et la 61ième valeur. Donc $Q_3 = 40$.

Partie 2

Un étude similaire a été faite sur 80 clients lors d'une journée de promotion. Cette étude a donné les résultats suivants :

- Moyenne : 50
- Minimum : 5
- Premier quartile : 45
- Médiane : 55
- Troisième quartile : 63
- Maximum : 75

6 En utilisant les résultats des deux études statistiques, commentez le message publicitaire de ce magasin.

Solution: On remarque que mis à part le minimum, tous les indicateurs (Q_1, Me, Q_3 et max) sont supérieurs lors d'une journée de promotion que lors d'une journée ordinaire. Les clients dépensent donc plus un jour de promotion qu'un jour ordinaire. Le slogan n'est donc pas véridique.

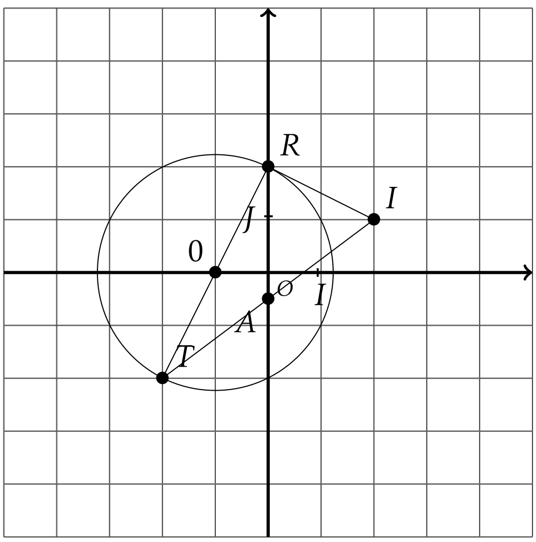
Exercice 2 — 9 points

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$, on a placé les points

$$T(-2;-2) \qquad R(0;2) \qquad I(2;1)$$

1 Faire la figure et la remplir au fil des questions suivantes.

Solution:



2 Calculer les longueurs des trois côtés du triangle TRI.

Solution: Longueur du segment $[TR]$

$$\begin{aligned} TR &= \sqrt{(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2} \\ TR &= \sqrt{(-2-0)^2 + (-2-2)^2} \\ TR &= \sqrt{4+16} \\ TR &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

Longueur du segment $[TI]$

$$\begin{aligned} TI &= \sqrt{(x_T - x_I)^2 + (y_T - y_I)^2} \\ TI &= \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-1)^2} \\ TI &= \sqrt{16+9} \\ TI &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

Longueur du segment $[RI]$

$$\begin{aligned} RI &= \sqrt{(x_R - x_I)^2 + (y_R - y_I)^2} \\ RI &= \sqrt{(0-2)^2 + (2-1)^2} \\ RI &= \sqrt{4+1} \\ RI &= \sqrt{5} \approx 2,23 \end{aligned}$$

3 Démontrer que le triangle TRI est un triangle rectangle. Est-il isocèle ?

Solution: Pour savoir si le triangle est rectangle, on veut vérifier sur $TR^2 + RI^2$ est égal à TI^2.

$$\begin{aligned} TI^2 &= 5^2 = 25 \\ TR^2 + RI^2 &= \sqrt{20}^2 + \sqrt{5}^2 = 20 + 5 = 25 \end{aligned}$$

Donc on a bien $TI^2 = TR^2 + RI^2$, d'après le théorème de Pythagore, le triangle TRI est rectangle en R.

Ce triangle n'est pas isocèle, car d'après la question précédente, il y a aucun coté qui fait la même longueur qu'un autre.

4 Calculer les coordonnées du point A milieu du segment $[TI]$. Placer ce point sur le

dessin.

Solution: Calcul des coordonnées du point A milieu de $[TI]$.

$$\begin{aligned} x_A &= \frac{x_T + x_I}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0 \\ y_A &= \frac{y_T + y_I}{2} = \frac{-2+1}{2} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

Donc $A(0;\frac{1}{2})$.

5 a. Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[TR]$.

Solution: Voir graphique

b. Calculer les coordonnées de son centre.

Solution: Le centre du cercle, on l'appelle O, est le milieu de $[TR]$. On calcule ses coordonnées

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{x_T + x_R}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1 \\ y_0 &= \frac{y_T + y_R}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0 \end{aligned}$$

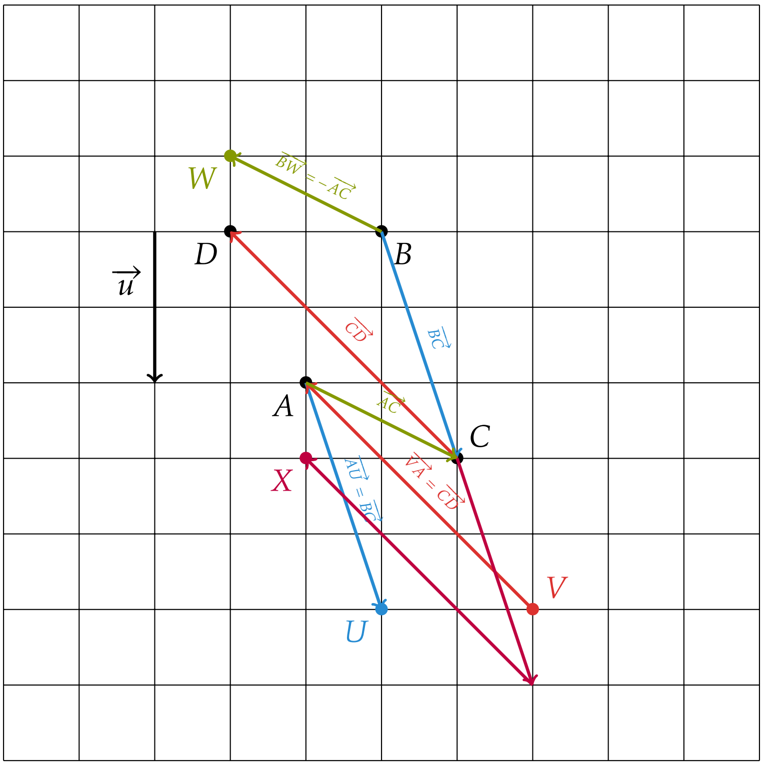
c. Calculer la mesure r de son rayon.

Solution: Le rayon d'un cercle est égal à la moitier du diamètre TR. Donc

$$r = \frac{TR}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2} \approx 2,23$$

Exercice 3 — 5 points

Placer les points suivants sur le plan ci-dessous en laissant les traits de construction.



1 Le point U tel que $\overrightarrow{AU} = \overrightarrow{BC}$.

Solution: En bleu

2 Le point V tel que $\overrightarrow{VA} = \overrightarrow{CD}$.

Solution: En rouge

3 Le point W tel que $\overrightarrow{BW} = -\overrightarrow{AC}$.

Solution: En vert

4 Le point X tel que $\overrightarrow{CZ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

Solution: En violet

5 Est-il vrai que $2\overrightarrow{u} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$? *La justification peut être un dessin ici.*

Solution: note(à faire)

Exercice 4 6 points

1 Voici le tableau de variation de la fonction f

x	-4		-2		0		1		2		4
$f(x)$	-4	↗	1	↘	-3	↗	0	↘	-3	↗	3

a. Sur quels intervalles la fonction f est-elle décroissante ?

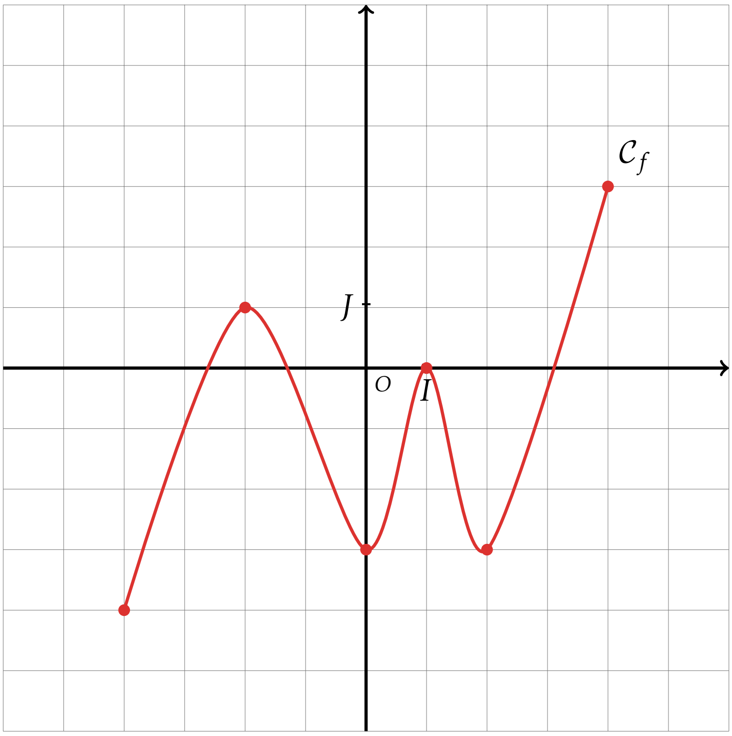
Solution: D'après le tableau de variations, la fonction f est décroissante sur $[-2;0] \cup [1;2]$.

b. Déterminer le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-4;4]$.

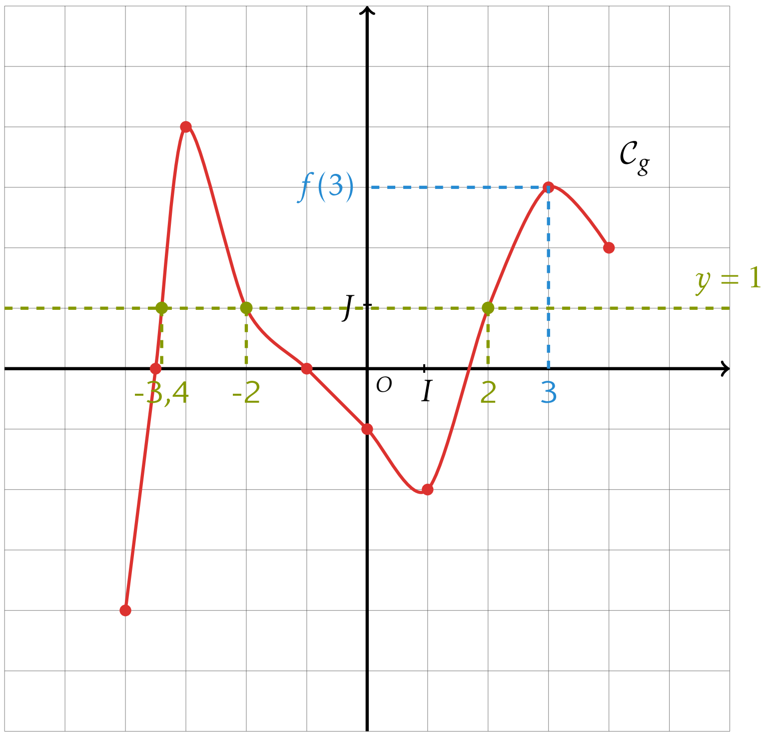
Solution: Sur l'intervalle $_{i}ntFF{-4}4$ (l'intervalle de définition de f), le maximum est atteint pour $x = 4$ et vaut $f(4) = 3$.

c. Tracer une fonction qui a ce tableau de variation.

Solution: Voici une courbe possible



2 Voici la représentation graphique de la fonction g.



a. Quel est l'image de 3 par cette fonction ? Vous laisserez les traits de construction qui vous ont permis de répondre.

> **Solution:** L'image de 3 par la fonction g est 3. Voir les traits en bleu.

b. Quels sont les antécédents de 1 par cette fonction ? Vous laisserez les traits de construction qui vous ont permis de répondre.

> **Solution:** Les antécédents de 1 par cette fonction sont 2, -2 et environ -3,4. Voir les traits en vert.

c. Tracer le tableau variation de f.

Solution: Tableau de variation de cette fonction

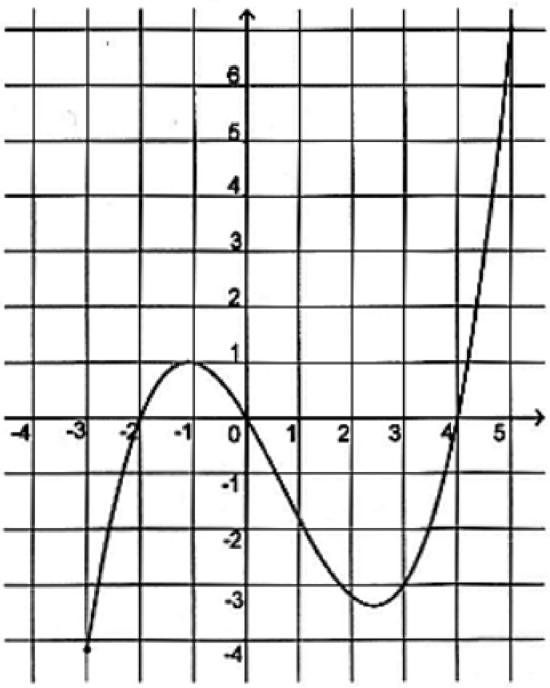
x	-4		-3		1		3		4
$f(x)$	-4	↗	4	↘	-2	↗	3	↘	2

Exercice 5 6 points

Cet exercice est une questionnaire à choix multiplies (QCM).

Dans le tableau ci dessous, **entourer** une réponse V (vrai) ou F (faux) à droite de chaque affirmation, en vous référant aux données situées dans la colonne de gauche.

Une bonne réponse rapporte 0,5 points et une mauvaise réponse retire 0,25 point. L'absence de réponse ne donne ni n'enlève de point.

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3-4x+3$	$g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{46}{27}$	V F	$g\left(\frac{1}{3}\right)=1,7$	V F
h est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=x^2-4$	2 est seul antécédent de 0 par h.	V F	Le point de coordonnées $(-1\,;-3)$ appartient à C_h.	V F
Le tableau de variation de la fonction k est : x : -3 ; -1 ; 2 ; 4 k : $2 \searrow -1{,}5 \nearrow 1 \searrow -1$	$k(-0,5)\leq k(-0,2)$	V F	Si $-3\leq a\leq b\leq -1$ alors $k(a)\leq k(b)$.	V F
	$k(2)=-3$	V F	$k(2)=1$	V F
Ci-contre, la courbe C_m représentant la fonction m 	L'ensemble des solutions de $m(x)=0$ est $\{0;4\}$.	V F	L'équation $m(x)=-1$ a une solution comprise entre -3 et -2.	V F
	L'équation $m(x)=x$ a trois solutions.	V F	L'ensemble des solutions de $m(x)\geq 0$ est $[-2;0]\cup[4;5]$	V F