

# Devoir surveillé: 4

Terminale STMG – 06 mai 2015 – Durée : 1 heure

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

## Exercice 1

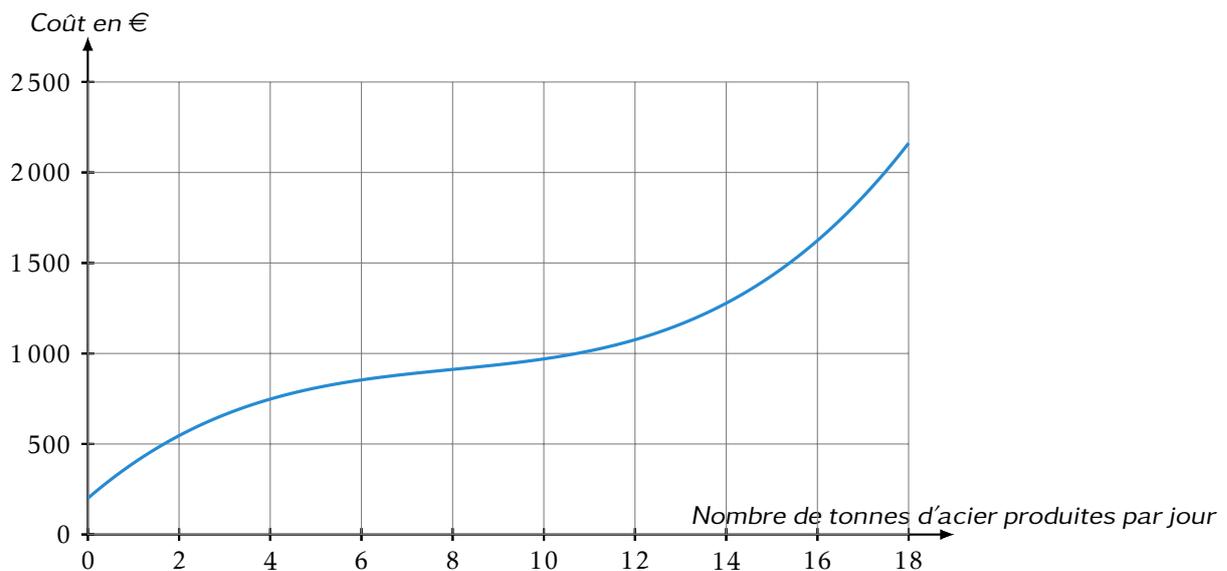
20 points

Les parties A, B et C sont dans une large mesure indépendantes

On s'intéresse à la production d'acier par un fabricant donné. La production journalière varie entre 0 et 18 tonnes d'acier.

### Partie A : lecture graphique

La fonction  $C$  représentée graphiquement ci-dessous donne le coût total de production en euros en fonction du nombre de tonnes d'acier produites par jour.



À l'aide de cette courbe, répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique :

- 1 Quel est le coût total de production pour 12 tonnes d'acier produites par jour ?
- 2 Combien de tonnes d'acier sont produites par jour pour un coût total de production de 1600 € ?

### Partie B : étude du bénéfice

La fonction coût de la partie précédente est la fonction définie sur l'intervalle  $[0; 18]$  par :

$$C(x) = x^3 - 24x^2 + 217x + 200.$$

On suppose que, chaque jour, tout l'acier est vendu, au prix de 100 € la tonne.

- 3 a. Calculer la recette, en euros, réalisée pour la vente de 12 tonnes d'acier.  
b. On appelle  $R(x)$  la recette, en euros, réalisée pour la vente de  $x$  tonnes d'acier. Déterminer l'expression de  $R(x)$  en fonction de  $x$ .  
c. On appelle  $B(x)$  le bénéfice (éventuellement négatif), en euros, réalisé pour la vente de  $x$  tonnes d'acier. Justifier que  $B(x) = -x^3 + 24x^2 - 117x - 200$ .
- 4 a. Déterminer une expression  $B'(x)$  de la fonction dérivée de  $B$  sur l'intervalle  $[0; 18]$ .  
b. Justifier le tableau de signes de  $B'(x)$  suivant :

$x$	0	3	13	18	
Signe de $B'(x)$	-	0	+	0	-

- c. En déduire le tableau de variations complet de la fonction  $B$ .

- 5 On a préparé une feuille de calcul (voir fin du sujet) où figure le bénéfice total (en euros), en fonction de la quantité d'acier produite par jour.
- Proposer une formule à saisir dans la cellule B2 permettant, par recopie vers le bas, de compléter les cellules de B3 à B20.
  - Proposer de même une formule à saisir dans la cellule D2, permettant, par recopie vers le bas, de compléter les cellules de D3 à D20.
- 6 Utiliser les résultats figurant dans la feuille de calcul pour répondre aux questions suivantes :
- Quelles sont les productions, en nombres entiers de tonnes, permettant au fabricant de faire du profit ?
  - Quelle est la quantité, en nombre entier de tonnes, qui assure un bénéfice total maximal ?
- 7 Répondre par « Vrai » ou par « Faux » aux affirmations suivantes, en justifiant votre choix :
- Plus la production d'acier est grande, plus le bénéfice est grand.
  - Si la production est doublée, le bénéfice total est également doublé.

	A	B	C	D
1	Tonnes d'acier par jour	Recette	Coût	Bénéfice total en €
2	0	0	200	- 200
3	1	100	394	- 294
4	2	200	546	- 346
5	3	300	662	- 362
6	4	400	748	- 348
7	5	500	810	- 310
8	6	600	854	- 254
9	7	700	886	- 186
10	8	800	912	- 112
11	9	900	938	- 38
12	10	1 000	970	30
13	11	1 100	1 014	86
14	12	1 200	1 076	124
15	13	1 300	1 162	138
16	14	1 400	1 278	122
17	15	1 500	1 430	70
18	16	1 600	1 624	- 24
19	17	1 700	1 866	- 166
20	18	1 800	2 162	- 362