# Cours: Tracer le graphique d'une fonction

Première S 2 – septembre 2014

**Objectif :** Tracer le graphique de la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 3$, en utilisant quelques de ses tangentes.

**Tableau de valeurs :** On complete le tableau suivant

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 3 | -1 | -3 | -3 | -1 |
| Nombre dérvé | | | | | |

- Calcul du nombre dérivé en -2 : On commence par la simplification de $\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$

$$\begin{aligned} f(-2+h) &= (-2+h)^2 - (-2+h) - 3 \\ &= (-2)^2 + 2\times(-2)\times h + h^2 + 2 - h - 3 \\ &= 4 - 4h + h^2 - 1 - h \\ &= h^2 - 5h + 3 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{f(-2+h)-f(-2)}{h} &= \frac{h^2-5h+3-3}{h} \\ &= \frac{h^2-5h}{h} \\ &= \frac{h(h-5)}{h} \\ &= h-5 \end{aligned}$$

Donc quand $h$ s'approche de $0$, $\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$ s'approche de $-5$. On en déduit que

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = -5$$

- Calcul du nombre dérivé en -1 : On commence par la simplification de $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$

$$\begin{aligned} f(-1+h) &= (-1+h)^2 - (-1+h) - 3 \\ &= (-1)^2 + 2\times(-1)\times h + h^2 + 1 - h - 3 \\ &= 1 - 2h + h^2 - 2 - h \\ &= h^2 - 3h - 1 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} &= \frac{h^2-3h-1-(-1)}{h} \\ &= \frac{h^2-3h}{h} \\ &= \frac{h(h-3)}{h} \\ &= h-3 \end{aligned}$$

Donc quand $h$ s'approche de $0$, $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ s'approche de $-3$. On en déduit que

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = -3$$

- Calcul du nombre dérivé en 0 : On commence par la simplification de $\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$$\begin{aligned} f(0+h) &= (0+h)^2-(0+h)-3 \\ &= h^2-h-3 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} &= \frac{h^2-h-3-(-3)}{h} \\ &= \frac{h^2-h}{h} \\ &= \frac{h(h-1)}{h} \\ &= h-3 \end{aligned}$$

Donc quand $h$ s'approche de 0, $\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$ s'approche de $-1$. On en déduit que

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = -1$$

- Calcul du nombre dérivé en 1 : On commence par la simplification de $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$

$$\begin{aligned} f(1+h) &= (1+h)^2-(1+h)-3 \\ &= 1^2+2\times 1\times h+h^2-1-h-3 \\ &= 1+2h+h^2-4-h \\ &= h^2+h-3 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} &= \frac{h^2+h-3-(-3)}{h} \\ &= \frac{h^2+h}{h} \\ &= \frac{h(h+1)}{h} \\ &= h+1 \end{aligned}$$

Donc quand $h$ s'approche de 0, $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ s'approche de 1. On en déduit que

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 1$$

- Calcul du nombre dérivé en 2 : On commence par la simplification de $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$

$$\begin{aligned} f(2+h) &= (2+h)^2-(2+h)-3 \\ &= 2^2+2\times 2\times h+h^2-2-h-3 \\ &= 4+4h+h^2-5-h \\ &= h^2+3h-1 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} &= \frac{h^2+3h-1-(-1)}{h} \\ &= \frac{h^2+3h}{h} \\ &= \frac{h(h+3)}{h} \\ &= h+3 \end{aligned}$$

Donc quand $h$ s'approche de $0$, $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$ s'approche de 3. On en déduit que

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 3$$

Le tableau devient donc

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 3 | -1 | -3 | -3 | -1 |
| Nombre dérvé | -5 | -3 | -1 | 1 | 3 |

**Graphique de la fonction $f$**
Cette partie a été traitée en cours.