Cours: Colinéarité et équation de droite

Première S 2 – Décembre 2014

1 Les vecteurs

note(Toutes les propriétés sont illustrées par des dessins)

Propriété: Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B:y_B)$ deux points du plan.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ correspond à la translation qui amène A sur B.
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont alors $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Propriété: A, B, C et D 4 points du plan.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \quad &\Leftrightarrow \quad \text{Amener } A \text{ sur } B \text{ est la même translation que amener } C \text{ sur } D \\ &\Leftrightarrow \quad \text{Les coordonnées de } \overrightarrow{AB} \text{ sont égales aux coordonnées de } \overrightarrow{CD} \\ &\Leftrightarrow \quad ABDC \text{ est un parallélogramme}\end{aligned}$$

Propriété: Relation de Chasles

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Propriété: Soit $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $k \in \mathbb{R}$ alors
$k\overrightarrow{u}$ représente k fois la translation $\overrightarrow{u}$. On a alors $k\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

2 Colinéarité

Définition: $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont **colinéaires** si et seulement si il existe $k \neq 0$ tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.

Remarque: Deux vecteurs sont colinéaires quand ils ont la même direction mais pas forcement la même norme ou la même directions

Propriété: Deux vecteurs $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x':y')$ sont colinéaires ssi xy′ - yx′ = 0

Démonstration:

$\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x':y')$ sont colinéaires ssi il existe k tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$

ssi il existe k tel que $x = kx'$ et $y = ky'$

ssi le tableau

x	y
x′	y′

est un tableau de proportionnalité

ssi xy′ - yx′ = 0

△

Propriété: $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ssi (AB) et (CD) sont parallèles.

3 Équation de droite