

Devoir commun

Première STMG

12 février 2015

Épreuve de :

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve: 2h

Correction

Ce sujet comporte 10 pages, numérotées de 1 / 10 à 10 / 10

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

L'échange de calculatrice entre les élèves est strictement interdit.

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	6	9	6	10	6	37

3 points sont réservés à la présentation et à la rédaction.

Exercice 1

6 points

Une entreprise fabriquant des paniers décide d'arrêter progressivement sa production : de 2300 paniers en janvier, elle diminue chaque mois la production de 200 paniers.

On note u_n le nombre de panier produit le n-ième mois.

- 1 Expliquer pourquoi la suite est arithmétique. Donner la raison.

Solution: La suite est arithmétique pour passer de la production d'un mois donné au mois suivant, on enlève 200. La raison est -200.

- 2 Calculer u_1 et u_2 .

Solution: u_0 est la production en janvier avant le début de la diminution, donc $u_0 = 2300$.

$$u_1 = u_0 - 200 = 2300 - 200 = 2100$$

$$u_2 = u_1 - 200 = 2100 - 200 = 1900$$

- 3 Donner l'expression explicite de la suite u_n .

Solution: Expression explicite de u_n

$$u_n = u_0 + n \times r = 2300 + n \times (-200) = 2300 - 200n$$

- 4 Calculer u_{11} .

Solution: Calcul de u_{11} , on utilise la formule explicite.

$$u_{11} = 2300 - 200 \times 11 = 100$$

- 5 À partir de quel mois la production s'arrêtera-t-elle ?

Solution: On a vu qu'au bout de 11 mois, la production serait de 100 paniers (c'est u_{11}). Donc le mois d'après, la production s'arrêtera. AU bout de 12 mois, la production se sera arrêtée.

Exercice 2

9 points

Une étude dans un centre hospitalier donne les résultats suivants :

- 1600 personnes travaillent dans ce centre.
- 30% sont des hommes.
- 55% des infirmières sont des femmes.
- 1% du personnel total sont des hommes aides-soignants.
- 18% du personnel sont des médecins.
- Il n'y a pas de femmes chirurgien.

	Aides-soignants	Infirmiers	Médecins	Chirurgiens	TOTAL
Femmes	784				
Hommes					
TOTAL		440			

- 1 Reproduire le tableau et le compléter avec les données qui ne nécessitent pas de calculs.

Solution: En vert.

	Aides-soignants	Infirmiers	Médecins	Chirurgiens	TOTAL
Femmes	784	1 = 242	2 = 94	0	3 = 1120
Hommes	4 = 16	5 = 198	6 = 194	7 = 72	8 = 480
TOTAL	9 = 800	440	10 = 288	11 = 72	1600

Les numéros seront utilisés dans la question suivante.

- 2 Finir de compléter le tableau en justifiant chaque calculs.

Solution:

- 8 : $\frac{1600 \times 30}{100} = 480$
- 1 : $\frac{440 \times 55}{100} = 242$
- 4 : $\frac{1600 \times 1}{100} = 16$.
- 10 : $\frac{1600 \times 18}{100} = 288$
- 3 : $1600 - 480 = 1120$
- 9 : $784 + 16 = 800$
- 2 : $1120 - 784 - 242 = 94$
- 5 : $440 - 242 = 198$

- $\boxed{6}$: $288 - 94 = 194$
- $\boxed{11}$: $1600 - 800 - 440 - 288 - 16 = 72$
- $\boxed{7}$: $480 - 16 - 198 - 194 = 72$

3 Quelle est la proportion de femmes aide-soignantes dans ce centre ?

Solution: Proportion de femmes aide-soignantes dans le centre :

$$\frac{784}{1600} = 0,49 = 49\%$$

4 Quelle est la proportion de médecins parmi les femmes ?

Solution: Proportion de médecins parmi les femmes

$$\frac{94}{1120} = 0,084 = 8,4\%$$

5 Quelle est la proportion de femmes parmi les médecins ?

Solution: Proportion de femmes parmi les médecins

$$\frac{94}{288} = 0,326 = 32,6\%$$

Exercice 3

6 points

Un article coûtait 250€ au premier janvier 2004. Il a subi une inflation (augmentation) de 4,6% en 2004 puis de 3,8% en 2005.

- 1 Calculer son prix au premier janvier 2005 (après la première augmentation) et au premier janvier 2006 (après la deuxième augmentation).

Solution: Prix en janvier 2005 (après une augmentation de 4,6%)

$$250 \times \left(1 + \frac{4,6}{100}\right) = 261,5$$

Prix en janvier 2006 (après l'augmentation de 3,8%)

$$261,5 \times \left(1 + \frac{3,8}{100}\right) \approx 271,4$$

- 2 Calculer la variation absolue entre le premier janvier 2004 et le premier janvier 2006.

Solution: Variation absolue entre janvier 2004 et janvier 2006

$$y_2 - y_1 = 271,4 - 250 = 21,4$$

- 3 Calculer la variation relative entre le premier janvier 2004 et le premier janvier 2006.

Solution: Variation relative entre janvier 2004 et janvier 2006

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1} = \frac{271,4 - 250}{250} = 0,0856 = 8,56\%$$

- 4 Quelle inflation faudrait-il en 2006 pour que son prix atteigne 300€ ?

Solution: Si on veut atteindre 300€ en 2006, il faudra

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1} = \frac{300 - 271,4}{271,4} = 0,105 = 10,5\%$$

Exercice 4

10 points

Un magasin a annoncé sa journée de promotion par une distribution de tracts sur lesquels était indiqué :

Grande journée de promotion ! Dépensez moins !

Partie 1

Le tableau ci-dessous donne les montants en euros, arrondis à l'unité, des achats effectués par les 80 clients du magasin pendant une journée ordinaire.

2	3	5	5	5	8	8	8
8	10	10	10	10	10	10	10
11	13	14	14	14	20	20	20
20	20	20	21	24	24	25	26
30	30	30	30	30	30	31	33
33	35	36	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	40	40	40
40	40	40	40	40	40	42	42
42	43	43	43	44	44	45	45
45	45	45	46	46	47	55	60

- 1 Tracer le tableau des effectifs de cette série statistique.

Solution: Tableau des effectifs

Montants	2	3	5	8	10	11	13	14	20	21	24	25	26	30	31	33	35
Effectifs	1	1	3	4	7	1	1	3	6	1	2	1	1	6	1	2	1

- 2 a. Déterminer le pourcentage de clients ayant effectué des achats pour un montant ne dépassant pas les 27€.

Solution: Pourcentage des clients ayant fait des achats pour moins de 27€

$$\frac{32}{80} = 0,4 = 40\%$$

- b. Déterminer le pourcentage de clients ayant effectué des achats entre 30€ et 40€ inclus.

Solution: Pourcentage des clients ayant fait des achats entre 30 et 40€.

$$\frac{30}{80} = 0,375 = 37,5\%$$

- 3 Calculer la moyenne de cette série statistique.

Solution: Calcul de la moyenne de cette série

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 5 \times 3 + 8 \times 4 + \dots + 55 + 60}{80} = 29,29$$

- 4 a. Déterminer le minimum et le maximum de cette série statistique.

Solution: En lisant le tableau de valeurs :

- Minimum : 2
- Maximum : 60

- b. Déterminer la médiane de cette série statistique.

Solution: Médiane de cette série. Dans le sujet les données sont déjà rangées par ordre croissant.

Effectif total : 80

Position de la médiane : $\frac{80}{2} = 40$ Donc la médiane se trouve entre la 40 et la 41^{ème} valeur. Donc $Me = 33$.

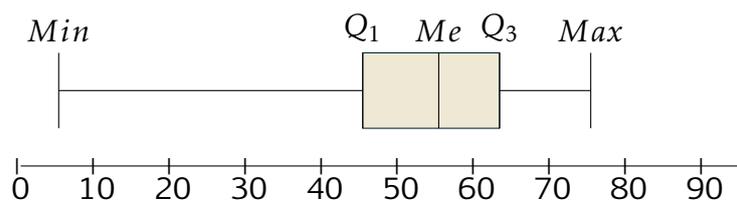
- c. Déterminer les quartiles de cette série statistique.

Solution: Position du premier quartile : $\frac{1}{4} \times 80 = 20$. Donc le premier quartile se trouve entre la 20^{ème} et la 21^{ème} valeur. Donc $Q_1 = 14$.

Position du troisième quartile : $\frac{3}{4} \times 80 = 60$. Donc le troisième quartile se trouve entre la 60^{ème} et la 61^{ème} valeur. Donc $Q_3 = 40$.

Partie 2

Un étude similaire a été faite sur 80 clients lors d'une journée de promotion. Cette étude a donné le diagramme en boîte suivant :



- 5 Quels sont les 5 informations que l'on peut lire sur ce diagramme à propos des dépenses des clients lors d'une journée de promotion ?

Solution: Pour connaître le nombre de solution d'une équation du 2nd degré, il faut calculer le discriminant (Δ). Attention ici les coefficients n'étaient pas rangé comme il le faut. Ici $a = 1$, $b = -6$ et $c = 9$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 36 - 36 = 0$$

L'équation a donc une seule solution.

La bonne réponse est donc la (b)

2 Quelle formule doit-t-on taper dans B2, puis recopié vers le bas pour compléter le tableau

	A	B	C
1	x	$f(x) = 2x^2 - x + 2$	
2	0		
3	1		
4	2		
5	3		
6			
7			

- a. $=2*0*0-2*0+2$
- b. $=2*A1*A1-2*A1+2$
- c. $=2*B2*B2-2*B2+2$
- d. Une autre réponse

Solution: La première solution n'est pas valable car même si ce calcul donnerai le bon résultat pour la première valeur, on ne pourra pas étirer la formule vers le bas.

La deuxième solution n'est pas non plus valable, car dans la case A1 il y a la valeur x ce qui ne permet pas de calculer l'image de 0 par f .

La troisième solution ne marche pas non plus, car la case B2 est la case où on veut que le résultat soit affiché.

La bonne formule aurait été $=2*A2*A2-2*A2+2$. Donc la bonne réponse est (d).

3 Le tableau de signe de la fonction $f(x) = x^2 - 6x + 9$ est

a.

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	+	

b.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

c.

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

d. Une autre réponse

Solution: Pour tracer le tableau de signe d'un polynôme du 2nd degré, il faut commencer par calculer le discriminant (ce calcul a déjà été fait pour la première question du QCM)

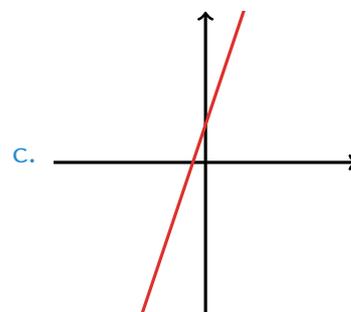
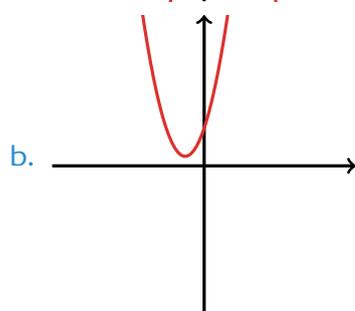
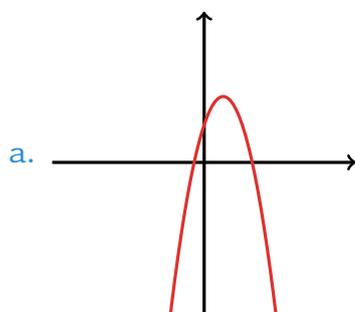
$$\Delta = 0$$

Il y a donc une seule racine.

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \times 1} = 3$$

De plus ici $a = 1 > 0$ donc ce polynôme est toujours positif. La bonne réponse est donc la (b).

4 Le graphique de la fonction $f(x) = -3x^2 + 3x + 1$ est



d. Une autre réponse

Solution: On peut commencer par éliminer la réponse (c) car c'est la courbe représentative d'une fonction affine et là f est un polynôme du 2nd degré.

Ici $a = -3 < 0$ donc les branches de la parabole doivent être vers le bas ce qui

élimine la réponse (b).

On peut vérifier que la réponse (a) correspond à la fonction f . Pour cela on peut tracer le graphique de cette fonction sur la calculatrice ou faire l'étude du polynôme avec le discriminant.