Devoir surveillé: DS 3

Première STMG – 12 décembre 2014 – Durée :

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 3 points

Résourdre l'équation suivante

$$0.25x^2 - 2x + 4 = 0$$

Solution: C'est une équation du second degré avec $a = 0,25$, $b = -2$ et $c = 4$.
On commence par calculer le disciminant

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= (-2)^2 - 4 \times 0,25 \times 4 \\ \Delta &= 0 \end{aligned}$$

$\Delta = 0$ donc il y a une unique solution

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \times 0,25} = 4$$

Donc l'équation a une unique solution $x = 4$.

Exercice 2 10 points

L'entreprise Cducosto est spécialisée dans la fabrication d'abris de jardin. Elle peut en fabriquer au maximum 30 par mois. Comme l'entreprise travail sur commande, tous les abris fabriqués sont vendus. Tous les montants sont donnés en centaines d'euros.
Pour un nombre d'abris x, fabriqués et vendus, le coût de production est donné par la fonction suivante

$$C(x) = 0.3x^2 + 48$$

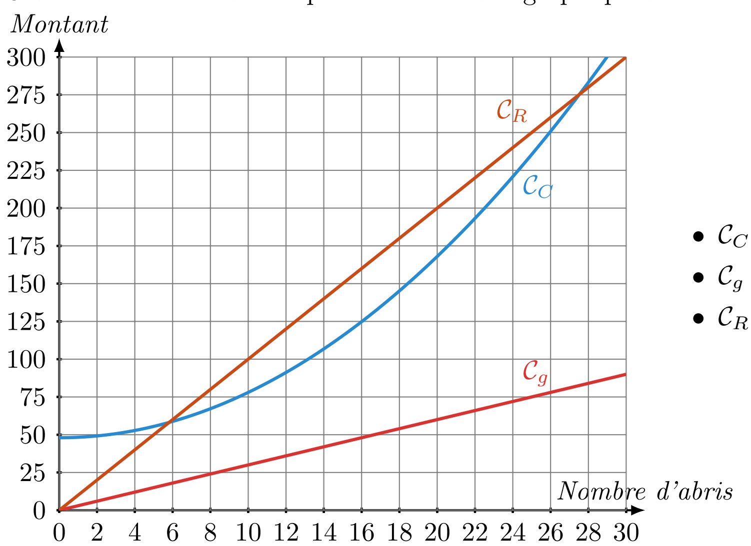
- Si l'entreprise vend un abris de jardin 300€, ses recettes sont données par la fonction suivante

$$g(x) = 3x$$

- Si l'entreprise vend un abris de jardin 1000€, ses recettes sont données par la fonction suivante

$$R(x) = 10x$$

Ces trois fonctions sont représentées dans le graphique suivant :



- $\mathcal{C}_C$ est la courbe qui représente la fonction C.
- $\mathcal{C}_g$ est la courbe qui représente la fonction g.
- $\mathcal{C}_R$ est la courbe qui représente la fonction R.

1 À l'aide du graphique (et en laissant les traits de construction), expliquer pourquoi choisir de vendre les abris 300€est un mauvais choix pour l'entreprise.

Solution: On remarque que la courbe rouge(qui représente les recettes) est toujours en dessous de la courbe bleu (qui représente les coûts) donc vendre les abris à 300 coûte plus que cela ne rapporte. L'entreprise ne fait donc pas de bénéfices, c'est donc un mauvais choix.

2 Dans la suite de l'exercice, on estimera que l'entreprise vend ses abris 1000€.

a. Déterminer graphiquement (en laissant les traits de construction) le coût pour produire 20 abris.

Solution: On trouve 200 centaines d'euros soit 20 000€.

b. Déterminer graphiquement (en laissant les traits de construction) le nombre d'abris qu'il faut produire pour que les recettes atteignent 10 000€.

Solution: On trouve 10 abris.

3 a. Calculer le coût puis les recettes si l'entreprise produit 23 abris.

Solution: Calcul des coûts :

$$C(23) = 0,3\times 23^2+48=206,7$$

Calcul des recettes

$$R(23) = 10\times 23=230$$

b. Si elle produit et vend 23 abris, calculer les bénéfices ?

Solution: On en déduit les bénéfices :

$$B(23) = R(23)-C(23)=230-206,7=23,3$$

En vendant 23 abris, l'entreprise fait 2330€de bénéfices.

4 Dans les questions suivantes, on s'intéresse aux bénéfices. On admet que les bénéfices de l'entreprise quand elle vend x abris est donnés par

$$B(x) = -0,3x^2+10x-48$$

a. Faire le tableau de signe de $B(x)$ (on arrondira x_1 et x_2 à l'unité par excès)

Solution: Tableau de signe de $B(x)$:
On reconnait que B est un polynôme du second degré avec $a=-0,3$, $b=10$ et $c=-48$. Pour étudier le signe, on commence par calculer le discriminant

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac=10^2-4\times(-0,3)\times(-48)\\ \Delta &= 42,4\end{aligned}$$

Δ est positif donc il y a B a deux racines :

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-10-\sqrt{42}}{2\times(-0,3)}=27,5\\ x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-10+\sqrt{42}}{2\times(-0,3)}=5,8\end{aligned}$$

Ici $a=-0,3$ négatif. On en déduit le tableau de signe suivant

x	0		5,8		27,5		30
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b. Combien d'abris l'entreprise doit-elle produire au minimum pour faire des bénéfices ? Et au maximum ? Justifier.

Solution: D'après le tableau de la question précédentes, on regarde là où B est positive. L'entreprise doit donc produire au minimum 6 abris et au maximum 27.

Exercice 3 — 6 points

Un étude sur le marché régional s'intéresse à l'évolution de l'offre et de la demande de la quantité de viande d'agneau en fonction du prix exprimé en euro par kg.
Pour un prix unitaire x en €par kg, la quantité de viande demandée, en tonne, est

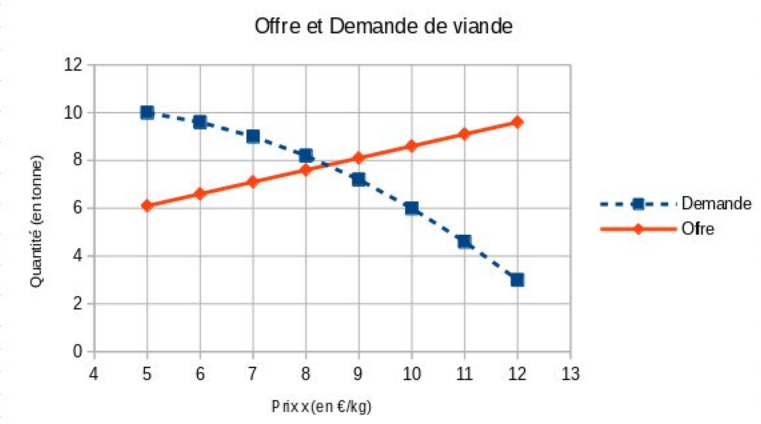
$$f(x) = -0,1x^2 + 0,7x + 9$$

La quantité de viande offerte, en tonne, est

$$g(x) = 0,5x + 3,6$$

Afin de trouver un accord le plus rapidement possible avec le vendeur, un acheteur a réalisé, sur le tableur, le tableau suivant

Prix unitaire	Demande	Offre
5	10	6.1
6	9.6	6.6
7	9	7.1
8	8.2	7.6
9	7.2	8.1
10	6	8.6
11	4.6	9.1
12	3	9.6



1. Quelle formule est la formule qui, entrée en `B5`, peut être recopiée vers le bas ?

Solution: `=-0,1*A5*A5 + 0,7*A5 + 9`

2. Quelle formule est la formule qui, entrée en `C5`, peut être recopiée vers le bas ?

Solution: `=0,5*A5 + 3,6`

3. Déterminer graphiquement, le prix d'équilibre du marché (là où l'offre est égale à la demande).
4. Déterminer graphiquement, la quantité échangée à l'équilibre du marché.
5. (Bonus) En cherchant les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$, déterminer par le calcul quel est le prix d'équilibre du marché.

Solution: On résoud l'équation

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -0,1x^2 + 0,7x + 9 &= 0,5x + 3,6 \\ -0,1x^2 + 0,7x + 9 - 0,5x - 3,6 &= 0 \\ -0,1x^2 + 0,2x + 5,4 &= 0 \end{aligned}$$

On a une équation de degré deux. On commence par calculer le disciminant

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac = 0,2^2 - 4 \times (-0,1) \times 5,4 \\ \Delta &= 0.04 + 2.16 \\ \Delta &= 2.2\end{aligned}$$

Δ est positif il y a donc deux solutions :

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0,2-\sqrt{2.2}}{2 \times 0.1} = -8,4 \\ x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0,2+\sqrt{2.2}}{2 \times 0.1} = 6,4\end{aligned}$$

x_1 est une valeur impossible car un prix ne peut pas être négatif. Le prix d'équilibre du marché est donc de 6,4€par kg.