

Cours: Tableau de variations et tableau de signes

Seconde 6 – novembre 2014

1 Tableau de variations

Exemples: À partir d'un graphique, on construit le tableau de variation. On en fait le rapprochement entre "monter" et croissante puis "descendre" et décroissante. On retrouve la notion de min et de max.

Définition:

- f est une fonction **croissante** sur l'intervalle I quand pour tous nombres réels a et b de l'intervalle I , on a

$$\text{Si } a \leq b \text{ alors } f(a) \leq f(b)$$

- f est une fonction **décroissante** sur l'intervalle I quand pour tous nombres réels a et b de l'intervalle I , on a

$$\text{Si } a \leq b \text{ alors } f(a) \geq f(b)$$

On ajoute deux graphiques pour illustrer.

Exemples: On trace une fonction et on dit quelles sont ses variations en français puis avec un tableau.

Définition: Soit a un nombre de l'intervalle I .

- $f(a)$ est le **maximum** de f sur I quand pour tous les nombres réels x de l'intervalle I , on a

$$f(x) \leq f(a)$$

- $f(a)$ est le **minimum** de f sur I quand pour tous les nombres réels x de l'intervalle I , on a

$$f(x) \geq f(a)$$

Exemples: On trace une fonction et on dit quelles sont ses variations en français puis avec un tableau.

2 Fonctions affines

Définition: f est une fonction affine quand elle est définie sur \mathbb{R} et qu'elle est de la forme

$$f : x \mapsto ax + b$$

Avec a et b deux réels et $a \neq 0$.

Exemples: Soit $f : x \mapsto 2x + 3$ et $g : x \mapsto -3x + 1$. Compléter le tableau suivant, tracer la courbe représentative de f et de g puis faire le tableau de variation de f puis celui de g .

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

Propriété: Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine alors

- Si $a \geq 0$ alors f est croissante sur \mathbb{R} On trace le graphique et le tableau de variation
- Si $a \leq 0$ alors f est décroissante sur \mathbb{R} On trace le graphique et le tableau de variation

Démonstration:

- Si $a \geq 0$, on veut montrer que f est croissante (c'est à dire que $u \leq v$ implique $f(u) \leq f(v)$) Soient u et v deux réels tels que $u \leq v$.

$$\begin{aligned} u &\leq v \\ a \times u &\leq a \times v \\ a \times u + b &\leq a \times v + b \\ f(u) &\leq f(v) \end{aligned}$$

Donc f est croissante.

△

Remarque: Sur \mathbb{R} une fonction affine n'a pas de minimum ni de maximum.

3 Tableau de signe

Exemples: On fait un tableau de signe et on commente.

Exemples: Tableau de signe pour une fonction affine. Avec résolution d'inéquation.