

# Devoir maison: Dérivation et fonction

Terminale STMG – À rendre le avril 2015

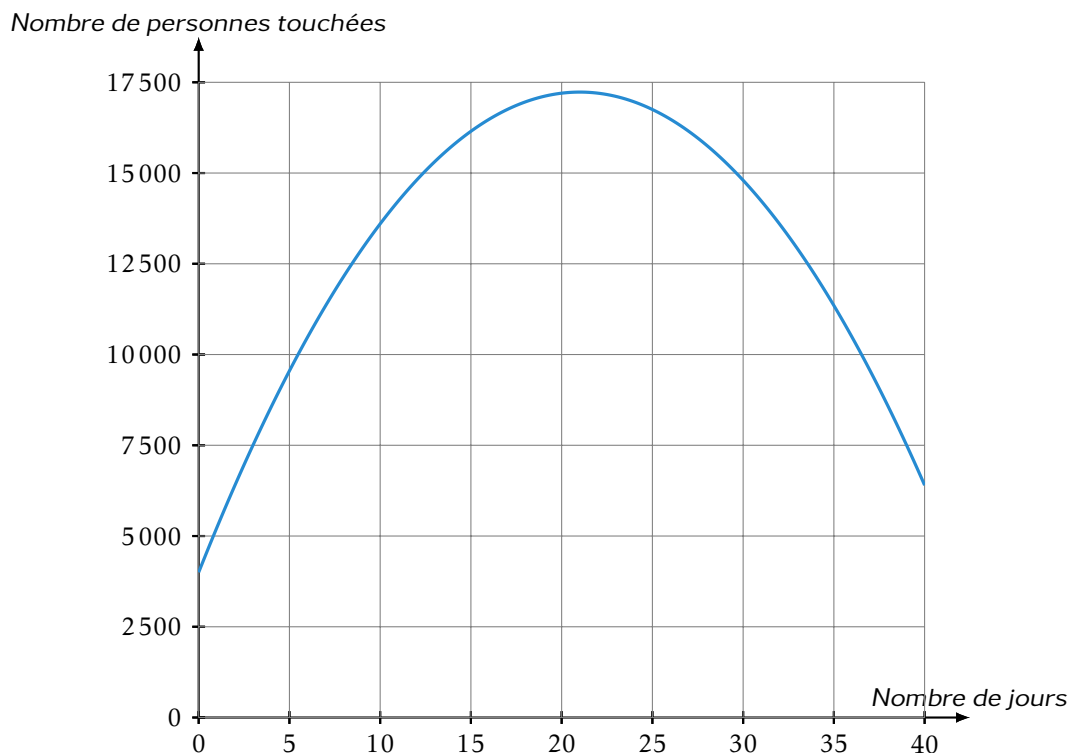
## Exercice 1

On s'intéresse à la propagation d'une maladie dans une ville de 130000 habitants. La fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0;40]$  par

$$f(x) = -30t^2 + 1260t + 4000$$

modélise le nombre de personnes touchées par la maladie au bout de  $t$  jours de suivi de la propagation.

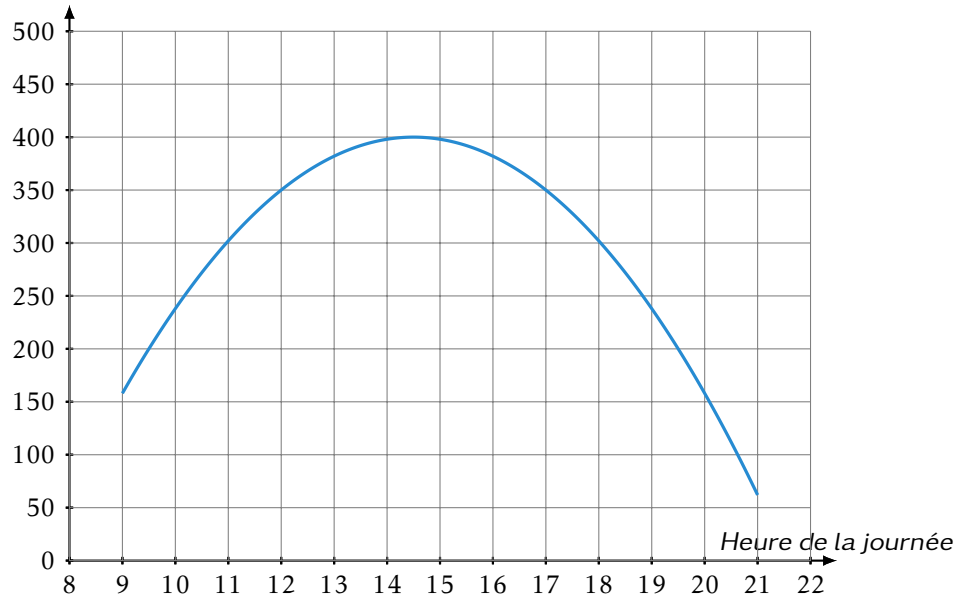
- 1 Répondre aux questions ci-dessous par lecture graphique. Les résultats seront justifiés en commentant le travail réalisé sur le graphique et en y laissant les traits de construction.
  - a. Déterminer le nombre de personnes touchées par la maladie au bout de 15 jours de suivi de la propagation.
  - b. Le conseil municipal a décidé de fermer les crèches de la ville lorsque plus de 12% de la population est touchée par la maladie. Justifier qu'à partir de 15600 personnes contaminée, le conseil municipal ferme les crèches.
  - c. Pendant combien de jours les crèches ont-elles été fermée ?
  - d. Combien de personnes, au maximum, on été touchée par la maladie ?
- 2
  - a. Déterminer, pour tout réel  $t$  de l'intervalle  $[0;40]$ , l'expression de  $f'(t)$ , où  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
  - b. Étudier le signe de  $f'(t)$  pour  $t$  variant dans l'intervalle  $[0;40]$ . En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$ .
  - c. Au bout de combien de jours de suivi de la propagation le nombre de personnes touchées par la maladie est-il maximal ?  
Combien y a-t-il alors de personnes touchées ?



### Exercice 2

Un parc d'attractions est ouvert au public de 9 h à 21 h. La courbe C donnée ci-dessous représente l'évolution du nombre de visiteurs attendus durant une journée

Nombre de visiteur



- 1 a. Recopier le tableau suivant et le compléter avec la précision permise par le graphique ci-dessus.

Heure de la journée	11 h	12 h
Nombre de visiteurs attendus		

- b. Quel est le taux d'évolution, en pourcentage arrondi à 0,1 %, du nombre de visiteurs attendus entre 11 heures et 12 heures ?

- 2 Lorsque le nombre de visiteurs est supérieur ou égal à 300, un fond musical est diffusé par les haut-parleurs du parc.

Un touriste aimerait faire la visite en profitant du fond musical.

Quels horaires peut-on conseiller à ce touriste pour se rendre au parc d'attractions ?

- 3 La courbe C ci-dessus est la représentation graphique sur l'intervalle  $[9 ; 21]$  de la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = -8x^2 + 232x - 1282$$

- a. Déterminer les nombres de visiteurs attendus à 11 h et à 12 h.  
Comment peut-on expliquer les éventuels écarts avec les résultats de la question 1. a. ?
- b. Calculer  $f'(x)$ , où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$ .
- c. En déduire, par le calcul, l'heure à laquelle le nombre de visiteurs attendus est maximal, et donner la valeur de ce maximum.

### Exercice 3

Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer en une semaine entre 6000 et 32000 pièces identiques. Le coût de fabrication, en euros, de  $x$  milliers de pièces, pour  $x$  compris entre 6 et 32, est noté  $C(x)$  où  $C$  est la fonction définie sur l'intervalle  $[6; 32]$  par

$$C(x) = 2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640.$$

La représentation graphique de la fonction  $C$  est donnée en annexe.

Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,5 € l'unité.

Pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[6; 32]$ , on note  $R(x)$  le montant de la vente en euros de  $x$  milliers de pièces. Le bénéfice  $B(x)$ , en euros, pour la production et la vente de  $x$  milliers de pièces est

$$B(x) = R(x) - C(x).$$

- 1 Montrer que, pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[6; 32]$  :  $R(x) = 3500x$ .
- 2 Représenter la fonction  $R$  sur l'annexe, à remettre avec la copie.
- 3 Par lecture graphique, et avec la précision permise par celui-ci, répondre aux questions suivantes. On laissera apparents tous les tracés utiles aux lectures graphiques.
  - a. Quel nombre de pièces produites correspond à un coût de 30000 € ?
  - b. Quel nombre minimal de pièces fabriquées permet d'avoir un bénéfice positif ou nul ?
- 4 Montrer que, pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[6; 32]$  :

$$B(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640.$$

- 5 On désigne par  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ .
  - a. Calculer  $B'(x)$ .
  - b. Vérifier que  $B'(x) = (-6x + 60)(x - 26)$ .
- 6
  - a. Étudier le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[6; 32]$ .
  - b. En déduire le tableau de variation de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[6; 32]$ .
- 7 Quel est le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise ? Donner le nombre de pièces à produire réalisant ce maximum.

