

1. Résoudre les équations différentielles suivantes.

$$(a) y' = 2y + 5 \quad | \quad (b) y' = -5y - 15 \quad | \quad (c) 2y' + 1 = y$$

2. Résoudre les équations différentielles et fixer la constante.

$$(a) y' = 2y + 5 \text{ et } y(0) = 5 \quad | \quad (b) y' = -0,1y + 2 \text{ et } y(1) = 5 \quad | \quad (c) y' + 2y = 1 \text{ et } y(0) = -1$$

Exercice 2

Mélange d'eau douce et d'eau de mer

Un réservoir contient 1 000 litres d'eau douce dont la salinité est de $0,12g.L^{-1}$.

Un soucis technique fait rentré de l'eau salée dans ce réservoir à un débit de $10L$ par minutes.

On note $s(t)$ la salinité de l'eau (en $g.L^{-1}$) au temps t (en minute).

La modélisation physique du phénomène a établi que $s(t)$ devait être solution de l'équation différentielle suivante

$$s'(t) = -0,01s(t) + 0,39$$

1. Résoudre l'équation différentielle.

2. On rappelle que à $t = 0$, la salinité est de $0,12g.L^{-1}$ soit $s(0) = 0,12$. Démontrer que $s(t) = 39 - 38,88e^{-0,01t}$

3. Quel sera alors la salinité au bout de 60minutes ?

4. Combien de temps faudra-t-il attendre avant que la salinité ne dépasse $3,9g.L^{-1}$?

Exercice 3

Vitesse d'une bille

On lâche une bille sans vitesse dans une colonne de liquide. On note $v(t)$ la vitesse instantanée (en $m.s^{-1}$) de la bille en fonction du temps (en s).

La bille n'est soumis qu'à l'attraction terrestre et aux frottements du liquide qui freine la bille de façon proportionnelle à la vitesse. On en déduit l'équation différentielle qui contraint $s(t)$

$$y' = -140y + 5,88$$

1. Résoudre l'équation différentielle.

2. Démontrer que la solution qui s'annule à $t = 0$ est $s(t) = 0,042(1 - e^{-140t})$

3. Tracer l'allure de la courbe et en déduire la limite de la vitesse de la bille.