Exercice 1 — Téléphones portables

Dans cet exercice, les résultats sont à arrondir à 10^{-3} près. Les trois parties sont indépendantes.

Partie A

Les téléphones portables intègrent des capteurs photographiques de plus en plus évolués. Ces capteurs sont fragiles et ont une durée de vie limitée.

La durée de fonctionnement sans panne, exprimée en années, d'un capteur photographique est modélisée par une variable aléatoire D qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 4$ et $\sigma = 1,23$.

1. Quelle est la durée moyenne de fonctionnement sans panne d'un capteur photographique ?
2. Déterminer la probabilité $P(3,5 \leqslant D \leqslant 4,5)$.
3. Lors de l'achat d'un téléphone portable, la garantie pièces et main d' œuvre est de deux ans.
   Quelle est la probabilité que la durée de fonctionnement sans panne d'un capteur photographique soit inférieure à la durée de garantie ?

Partie B

Lorsqu'un téléphone portable devient défectueux et qu'il est encore sous garantie, le client peut le déposer dans un point de vente agréé pour réparation ou échange contre un appareil neuf.

On s'intéresse au temps d'attente, exprimé en jours, avant le retour de l'appareil, réparé ou échangé. Ce temps peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,025$.

1. (a) Déterminer l'espérance E(T) de la variable aléatoire T.
   (b) Interpréter cette valeur dans le contexte.
2. Un téléphone portable, défectueux et encore sous garantie, a été déposé par un client dans un point de vente agréé.
   (a) Calculer la probabilité $P(T \leqslant 7)$ et interpréter ce résultat.
   (b) Calculer la probabilité que le client doive attendre plus de 20 jours avant de récupérer son téléphone portable.

Partie C

Un magazine spécialisé souhaite comparer l'efficacité des services après-vente (S.A.V.) pour les téléphones portables de deux marques A et B. Après une enquête auprès de clients, le magazine obtient les résultats suivants :

Marque de téléphone	Nombre de clients du S.A.V. ayant répondu à l'enquête	Nombre de clients indiquant avoir récupéré leur téléphone en moins de 20 jours
A	120	47
B	92	26

1. On admet que l'intervalle de confiance, au niveau de confiance 95 %, de la proportion de clients ayant récupéré en moins de 20 jours leur téléphone de marque A est [0,304 ; 0,480].
   Déterminer l'intervalle de confiance, au niveau de confiance 95 %, de la proportion de clients ayant récupéré en moins de 20 jours leur téléphone de marque B.
2. Au vu des deux intervalles de confiance obtenus, le magazine peut-il indiquer à ses lecteurs qu'il y a une différence significative dans l'efficacité des deux S.A.V. ? Justifier la réponse.

Exercice 2 — Téléphones portables

L'énergie houlomotrice est obtenue par exploitation de la force des vagues. Il existe différents dispositifs pour produire de l'électricité à partir de cette énergie. Les installations houlomotrices doivent être capables de résister à des conditions extrêmes, ce qui explique que le coût actuel de production d'électricité par énergie houlomotrice est élevé.

On estime qu'en 2018 le coût de production d'un kilowattheure (kWh) par énergie houlomotrice était de 24 centimes d'euros. C'est nettement plus que le coût de production d'un kilowattheure par énergie nucléaire, qui était de 6 centimes d'euros en 2018.

On admet qu'à partir de 2018 les progrès technologiques permettront une baisse de 5 % par an du coût de production d'un kilowattheure par énergie houlomotrice.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A

Pour tout entier naturel n, on note c_n le coût de production, en centime d'euro, d'un kilowattheure d'électricité produite par énergie houlomotrice pour l'année $2018+n$.

Ainsi, $c_0 = 24$.

1. (a) Calculer c_1. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

   (b) Déterminer la nature de la suite (c_n) et donner ses éléments caractéristiques.

   (c) Pour tout entier naturel n, exprimer c_n en fonction de n.

2. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $0,95^n < 0,25$.

3. Dans cette question, on admet que le coût de production d'un kilowattheure par énergie nucléaire reste constant et égal à 6 centimes d'euros.

   Déterminer l'année à partir de laquelle le coût d'un kilowattheure produit par énergie houlomotrice deviendra inférieur au coût d'un kilowattheure produit par énergie nucléaire.

4. Dans cette question, on estime que le coût de production d'un kilowattheure par énergie nucléaire va augmenter tous les ans d'un centime d'euro. On souhaite alors déterminer l'année à partir de laquelle le coût d'un kilowattheure produit par énergie houlomotrice deviendra inférieur au coût d'un kilowattheure produit par énergie nucléaire.

   (a) Recopier et compléter l'algorithme suivant afin que la valeur de la variable N en sortie d'algorithme permette de répondre au problème.

```
C ← 24 ;
D ← 6 ;
N ← 2018 ;
tant que ........... faire
    C ← ........... ;
    D ← ........... ;
    N ← N + 1 ;
fin
```

   (b) Répondre au problème posé. Aucune justification n'est demandée.

PARTIE B

On admet que la durée de vie d'un composant électronique d'une installation houlomotrice, exprimée en année, est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle dont le paramètre $\lambda = 0,04$.

1. Déterminer la durée de vie moyenne de ce composant électronique.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par $f(x) = 0,04\,\mathrm{e}^{-0,04x}$.

   (a) Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   (b) On rappelle que, pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0~;~+\infty[$:

$$P(X \leqslant t) = \int_0^t f(x)\,\mathrm{d}\,x.$$

   Démontrer que $P(X \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-0,04t}$.

3. (a) Calculer $P(X > 15)$. Donner le résultat arrondi à 10^{-3}.

   (b) Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.