Exercice 1 — Avec la calculatrice

Déterminer grâce à la calculatrice la limite de chacune des suites géométriques suivantes.

1. $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = 1.1u_n$
2. $v_0 = 2$ et $w_{n+1} = 1.1w_n + 1$
3. $w_n = 3n^3 - 10n^2 + 1$
4. $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = 1.1u_n$
5. $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = 0.9v_n + 1$
6. $w_n = -2n^3 + 100n^2$
7. $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = 1.1u_n$
8. $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = 0.9v_n + 1$
9. $w_n = -2n^3 + 100n^2$

Classer les suites précédentes en fonction de leurs limites et établir les règles pour connaître la limite des suites géométriques.

Exercice 2 — Limite d'une suite

Retrouver les limites des suites suivantes sans utiliser la calculatrice.

1. $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = 2u_n$
2. (u_n) géométrique telle que $u_0 = 10$ et $q = 0.5$
3. $u_n = 1 + 0.5^n$
4. $u_n = 4 + 1.5^n$

Exercice 3 — Utilisateurs d'une machine à café

Au premier janvier, on comptait 60 000 utilisateurs d'une machine à café. On estime que chaque mois, 10% des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.

1. Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateur de cette machine à café n mois après le premier janvier 2017 peut être modélisé par la suite (u_n) définie par
$$u_0 = 60\,000 \quad \text{et } u_{n+1} = 0.9u_n + 24\,000$$
2. Pourquoi la suite (u_n) n'est elle pas géométrique ?
3. Conjecturer la limite de cette suite (u_n).
4. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entiers naturel n par $v_n = u_n - 240\,000$. On admet que la suite (v_n) est géométrique de raison 0.9 et de premier terme -180 000. Démontrer que pour tout n on a $v_n = -180\,000 \times 0.9^n$.
5. Quelle est la limite de la suite (v_n) ?
6. Démontrer que pour tout entier n, $u_n = 240\,000 - 180\,000 \times 0.9^n$
7. En déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 1 — Avec la calculatrice

Déterminer grâce à la calculatrice la limite de chacune des suites géométriques suivantes.

1. $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = 1.1u_n$
2. $v_0 = 2$ et $w_{n+1} = 1.1w_n + 1$
3. $w_n = 3n^3 - 10n^2 + 1$
4. $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = 1.1u_n$
5. $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = 0.9v_n + 1$
6. $w_n = -2n^3 + 100n^2$
7. $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = 1.1u_n$
8. $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = 0.9v_n + 1$
9. $w_n = -2n^3 + 100n^2$

Classer les suites précédentes en fonction de leurs limites et établir les règles pour connaître la limite des suites géométriques.

Exercice 2 — Limite d'une suite

Retrouver les limites des suites suivantes sans utiliser la calculatrice.

1. $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = 2u_n$
2. (u_n) géométrique telle que $u_0 = 10$ et $q = 0.5$
3. $u_n = 1 + 0.5^n$
4. $u_n = 4 + 1.5^n$

Exercice 3 — Utilisateurs d'une machine à café

Au premier janvier, on comptait 60 000 utilisateurs d'une machine à café. On estime que chaque mois, 10% des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.

1. Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateur de cette machine à café n mois après le premier janvier 2017 peut être modélisé par la suite (u_n) définie par
$$u_0 = 60\,000 \quad \text{et } u_{n+1} = 0.9u_n + 24\,000$$
2. Pourquoi la suite (u_n) n'est elle pas géométrique ?
3. Conjecturer la limite de cette suite (u_n).
4. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entiers naturel n par $v_n = u_n - 240\,000$. On admet que la suite (v_n) est géométrique de raison 0.9 et de premier terme -180 000. Démontrer que pour tout n on a $v_n = -180\,000 \times 0.9^n$.
5. Quelle est la limite de la suite (v_n) ?
6. Démontrer que pour tout entier n, $u_n = 240\,000 - 180\,000 \times 0.9^n$
7. En déduire la limite de la suite (u_n).