

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[1; 11]$  par

$$f(x) = -0.5x^2 + 2x + 15 \ln(x)$$

1. Démontrer que la dérivée de  $f$  est

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 15}{x}$$

2. Étudier le signe de  $f'$  et en déduire les variations de  $f$ .  
 3. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution,  $\alpha$ , sur  $[1; 11]$ .  
 4. Donner une valeur approchée de  $\alpha$ .  
 5. En déduire le tableau de signe de  $f$ .

## Exercice 2

## Étude de fonction

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$$

1. Démontrer que la dérivée de  $f$  est

$$f'(x) = \frac{-\ln(x)}{x^2}$$

2. Étudier le signe de  $f'$  et en déduire les variations de  $f$ .  
 3. Déterminer le minimum de la fonction  $f$ .  
 4. En déduire le tableau de signe de  $f$ .

## Exercice 3

## Recherche par dichotomie

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[1; 5]$  par

$$f(x) = 3x - 10 + 4 \ln(x)$$

1. (a) Démontrer que la dérivée de  $f$  est

$$f'(x) = \frac{3x + 4}{x}$$

(b) Étudier le signe de  $f'$  et en déduire les variations de  $f$ .

(c) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution,  $\alpha$ , sur  $[1; 5]$ .

2. On souhaite trouver un encadrement de  $\alpha$  par la méthode de dichotomie.  
 Pour cela, on propose l'algorithme suivant :

```

1 a ← 1 ;
2 b ← 5 ;
3 tant que b - a ≥ 0.01 faire
4   | m ← (b + a) / 2 ;
5   | si f(m) < 0 alors
6   |   | a ← m ;
7   | sinon
8   |   | b ← m ;
9   | fin
10 fin
11 retourner a, b
  
```

- (a) En vous aidant du tableau ci-dessous (vous pouvez ajouter des lignes si nécessaire) exécuter l'algorithme pour trouver un encadrement d'amplitude 0.01 de  $\alpha$ .

$a$	$b$	$(b-a) \geq 0.01$	$m$	$f(m) < 0$

- (b) Expliquer le fonctionnement de cet algorithme en quelques phrases.