

Exercice 1

Relation fonctionnelle

1. Calculer les quantités suivantes arrondis au millième et conjecturer des formules avec le Logarithme.

(a) $A = \ln(6)$	(e) $E = \ln(2) + \ln(3)$	(i) $I = \ln(108) - \ln(4)$
(b) $B = \ln(32)$	(f) $F = \ln(3) + \ln(7)$	(j) $J = 5 \ln(2)$
(c) $C = \ln(21)$	(g) $G = \ln(2) + \ln(16)$	(k) $K = 3 \ln(3)$
(d) $D = \ln(27)$	(h) $H = \ln(63) - \ln(3)$	(l) $L = -\ln\left(\frac{1}{6}\right)$

2. (*) Soient x et y strictement positif. Après avoir calculer séparément

$$e^{\ln(x)+\ln(y)} \quad e^{\ln(x \times y)}$$

Démontrer que $\ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y)$.

3. (*) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\ln(a^n) = n \ln(a)$.

4. (*) Démontrer que $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$.

5. (*) En déduire une formule pour $\ln\left(\frac{1}{a}\right)$

Exercice 2

Manipulation du logarithme

1. Écrire les nombres suivants avec un seul logarithme

(a) $\ln(6) + 2 \ln(5)$	(c) $3 \ln(5) - 4 \ln(10)$
(b) $\ln(2) - \ln\left(\frac{1}{2}\right)$	(d) $1 + \ln(4)$

2. Démontrer les égalités suivantes

(a) $\ln(2e^3) + \ln(e) - \ln(2) = 4$
(b) $\ln(x) + \ln(x+1) = \ln(x^2+x)$
(c) $\ln(x^2) + \ln\left(\frac{1}{x}\right) - \ln(2) = \ln\left(\frac{x}{2}\right)$
(d) $\ln(x^3) + \ln\left(\frac{e^2}{x}\right) = 2 \ln(x) + 2$

Exercice 3

Retour aux équations

Résoudre les équations suivantes

1. $x^4 = 5$	2. $5x^3 = 10$	3. $(x+1)^{10} = 0.4$	4. $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^{10} = 2.5$
--------------	----------------	-----------------------	--

Exercice 1

Relation fonctionnelle

1. Calculer les quantités suivantes arrondis au millième et conjecturer des formules avec le Logarithme.

(a) $A = \ln(6)$	(e) $E = \ln(2) + \ln(3)$	(i) $I = \ln(108) - \ln(4)$
(b) $B = \ln(32)$	(f) $F = \ln(3) + \ln(7)$	(j) $J = 5 \ln(2)$
(c) $C = \ln(21)$	(g) $G = \ln(2) + \ln(16)$	(k) $K = 3 \ln(3)$
(d) $D = \ln(27)$	(h) $H = \ln(63) - \ln(3)$	(l) $L = -\ln\left(\frac{1}{6}\right)$

2. (*) Soient x et y strictement positif. Après avoir calculer séparément

$$e^{\ln(x)+\ln(y)} \quad e^{\ln(x \times y)}$$

Démontrer que $\ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y)$.

3. (*) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\ln(a^n) = n \ln(a)$.

4. (*) Démontrer que $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$.

5. (*) En déduire une formule pour $\ln\left(\frac{1}{a}\right)$

Exercice 2

Manipulation du logarithme

1. Écrire les nombres suivants avec un seul logarithme

(a) $\ln(6) + 2 \ln(5)$	(c) $3 \ln(5) - 4 \ln(10)$
(b) $\ln(2) - \ln\left(\frac{1}{2}\right)$	(d) $1 + \ln(4)$

2. Démontrer les égalités suivantes

(a) $\ln(2e^3) + \ln(e) - \ln(2) = 4$
(b) $\ln(x) + \ln(x+1) = \ln(x^2+x)$
(c) $\ln(x^2) + \ln\left(\frac{1}{x}\right) - \ln(2) = \ln\left(\frac{x}{2}\right)$
(d) $\ln(x^3) + \ln\left(\frac{e^2}{x}\right) = 2 \ln(x) + 2$

Exercice 3

Retour aux équations

Résoudre les équations suivantes

1. $x^4 = 5$	2. $5x^3 = 10$	3. $(x+1)^{10} = 0.4$	4. $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^{10} = 2.5$
--------------	----------------	-----------------------	--