

Dans cet exercice,  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien et l'unité de longueur est le mètre (m).

Un ingénieur prépare un plan pour fabriquer la voile d'un petit bateau.

La voile est représentée en gris dans le repère orthonormé ci-dessous où une unité représente un mètre.

$C_f$  est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie sur  $[0, 1; +\infty[$  par :

$$f(x) = 12 + ax^2 + \ln(x).$$

où  $a$  est un nombre réel qui sera déterminé dans la partie A.

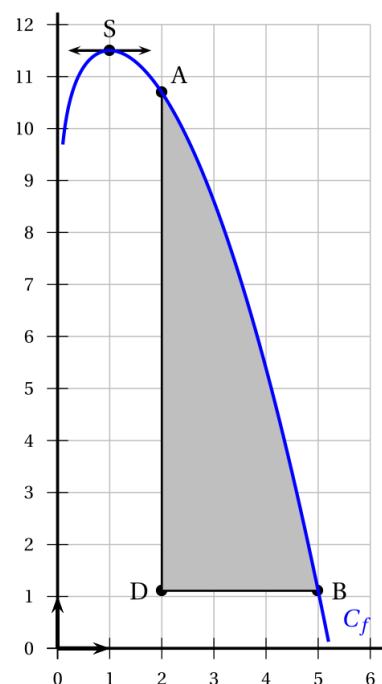
S est le point de  $C_f$  d'abscisse 1.

A est le point de  $C_f$  d'abscisse 2.

B est le point de  $C_f$  d'abscisse 5.

D est le point d'intersection de la droite d'équation  $x = 2$  et de la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B.

La voile est représentée par le domaine délimité par le segment [AD], le segment [DB] et la courbe  $C_f$ .



### Partie A

La fonction  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$ .

- On suppose que la tangente à la courbe  $C_f$  au point S est horizontale. Que vaut  $f'(1)$ ?
- Calculer  $f'(x)$  pour tout réel  $x$  de  $[0, 1; +\infty[$ .
- (a) Exprimer  $f'(1)$  en fonction de  $a$ .  
(b) Démontrer que  $a = -0,5$ .

### Exercice 2

### Niveau sonore

Le niveau sonore  $N$  d'un bruit, à une distance  $D$  de sa source, dépend de la puissance sonore  $P$  de la source. Il est donné par la relation

$$N = 120 + 4 \ln \left( \frac{P}{13 \times D^2} \right)$$

où  $N$  est exprimé en décibels (dB),  $P$  en Watts (W) et  $D$  en mètres (m).

### Partie A

Les questions 1. et 2. sont indépendantes

- Calculer le niveau sonore  $N$  d'un bruit entendu à 10 mètres de la source sonore dont la puissance  $P$  est égale à 2,6 Watts. On arrondira le résultat à l'unité.
- On donne  $N = 84$  dB et  $D = 10$  m. Déterminer  $P$ . On arrondira le résultat à  $10^{-2}$  près.

### Partie B

Une entreprise de travaux publics réalise un parking en plein air. Sur le chantier d'aménagement de ce parking, une machine de découpe a une puissance sonore  $P$  égale à 0,026 Watts.

- (a) Montrer qu'à une distance  $D$  de la machine, le niveau sonore  $N$  dû à celle-ci vérifie la relation :

$$N = 120 + 4 \ln(0,002) - 4 \ln(D^2).$$

- (b) Montrer qu'une approximation de  $N$  peut être  $95,14 - 8 \ln(D)$ .

Dans la suite de l'exercice, à une distance de  $x$  mètres de la machine, le niveau sonore  $N$  émis par la machine est modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,1; 20]$  par :

$$f(x) = 95,14 - 8 \ln(x).$$

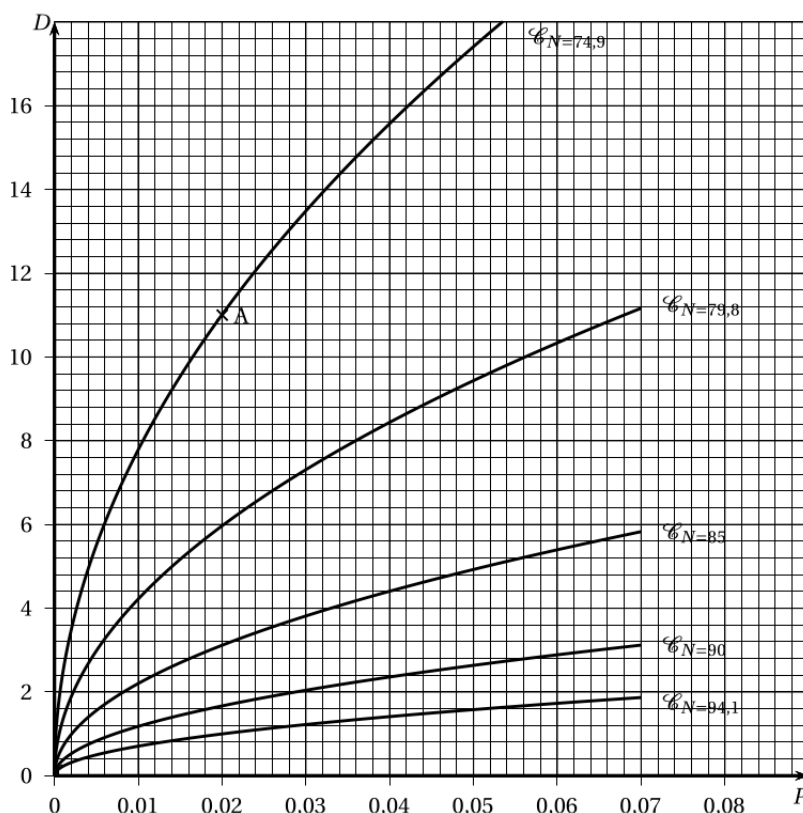
2. (a) Déterminer une expression de  $f'(x)$ , où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$ .
  - (b) Donner le signe de  $f'(x)$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $[0,1; 20]$ .
  - (c) En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,1; 20]$ .
3. On suppose qu'un ouvrier de cette entreprise se situe à trois mètres de la machine. La législation en vigueur l'oblige à porter des protections individuelles contre le bruit dès qu'un risque apparaît. Justifier, à l'aide du tableau ci-dessous, que l'ouvrier doit porter des protections individuelles contre le bruit.

Impacts sur l'audition	Niveaux sonores en décibels
Aucun	$[0; 85[$
Risque faible	$[85; 90[$
Risque élevé	$[90; 120[$

4. Déterminer à quelle distance de la machine un ouvrier de l'entreprise sort de la zone de risque élevé (c'est-à-dire lorsque le niveau sonore est inférieur à 90 dB).

### Partie C

On s'intéresse au lien entre la puissance  $P$  d'un bruit et la distance  $D$  de sa source pour différentes valeurs de son niveau sonore  $N$ .



On admet que pour une puissance de 0,02 Watt, le niveau sonore du bruit est de 74,9 décibels à une distance de 11 mètres de la source sonore. Ainsi, le point A de coordonnées  $(0,02; 11)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_{N=74,9}$ .

1. Pour un bruit de puissance  $P$  égale à 0,06 W, déterminer graphiquement à quelles distances minimale et maximale de la source peut se situer une personne pour que le niveau sonore  $N$  soit compris entre 85 et 90 dB.
2. Pour une source sonore située à une distance  $D$  de 8 m, déterminer graphiquement les puissances minimale et maximale de cette source pour obtenir un niveau sonore compris entre 74,9 dB et 79,8 dB.