Exercice 1 — Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[1\,;11]$ par

$$f(x) = -0.5x^2 + 2x + 15\ln(x)$$

1. Démontrer que la dérivée de f est
$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 15}{x}$$
2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, α, sur $[1\,;11]$.
4. Donner une valeur approchée de α.
5. En déduire le tableau de signe de f.

Exercice 2 — Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$$

1. Démontrer que la dérivée de f est
$$f'(x) = \frac{-\ln(x)}{x^2}$$
2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.
3. Déterminer le minimum de la fonction f.
4. En déduire le tableau de signe de f.

Exercice 3 — Recherche par dichotomie

On considère la fonction f définie sur $[1\,;5]$ par

$$f(x) = 3x - 10 + 4\ln(x)$$

1. (a) Démontrer que la dérivée de f est
$$f'(x) = \frac{3x + 4}{x}$$
   (b) Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.
   (c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, α, sur $[1\,;5]$.
2. On souhaite trouver un encadrement de α par la méthode de dichotomie.
Pour cela, on propose l'algorithme suivant :

```
a ← 1 ;
b ← 5 ;
tant que b − a ≥ 0.01 faire
    m ← (b + a)/2 ;
    si f(m) < 0 alors
        a ← m;
    sinon
        b ← m;
    fin
fin
retourner a, b
```

   (a) En vous aidant du tableau ci-dessous (vous pouvez ajouter des lignes si nécessaire) exécuter l'algorithme pour trouver un encadrement d'amplitude 0.01 de α.

a	b	$(b-a) \geq 0.01$	m	$f(m) < 0$

   (b) Expliquer le fonctionnement de cet algorithme en quelques phrases.