DS 2

Terminale ES-L – 14 octobre 2019

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — QCM(/4)

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

Pour chacune des questions posées, une seule des trois ou quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. Dans une ville de la région, sur une population de 4 200 habitants, $36\,\%$ ont pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne. Le nombre d'habitants de cette ville ayant pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne est :

   a) 2 688   b) 1 512   c) 1 167   d) 4 164

2. Dans une concession automobile de la région, le temps d'attente, exprimé en minutes, avant d'être reçu par un conseiller commercial peut être modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1\,;10]$.

   Un visiteur se présente. Quelle est la probabilité qu'il attende au moins 5 minutes avant d'être reçu par un conseiller commercial ?

   a) 0,4   b) 0,5   c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$

3. Entre 2006 et 2018, dans un restaurant universitaire, le prix d'un repas est passé de 2 euros à 3,50 euros en augmentant chaque année de x %. Parmi ces valeurs, la valeur la plus proche de x est :

   a) 6,25   b) 4,77   c) 14,58   d) 0,85

4. On donne $u_{n+1} = 0.9u_n + 24\,000$ et $v_n = u_n - 240\,000$. Alors

   (a) (v_n) est arithmétiques de raison 24 000

   (b) (v_n) est arithmétiques de raison −240 000

   (c) (v_n) est géométrique de raison 0,9

   (d) (v_n) est ni géométrique ni arithmétiques.

Exercice 2 — Population(/4)

Une ville a vu sa population augmenter de 124 000 habitants début 2014 à 128 460 habitants début 2015.

1. Calculer le taux d'évolution de la population de cette ville entre 2014 et 2014.
2. Proposer un modèle pour calculer le nombre d'habitants de cette ville si l'on suppose que ce taux d'évolution reste constant.
3. En comparant avec l'évolution de villes analogues, les démographes pendent que la ville comptera 198 600 habitants début 2030. Cette estimation est-elle compatible avec le modèle construit à la question 2 ?

Exercice 3 — Grand seigneur(/4)

Dans le restaurant qu'il fréquente chaque midi, Max dépense entre 10 et 35euros, "tout compris" selon ses choix. On modélise le prix d'un repas de Maw par la variable aléatoire X dont la loi est uniforme entre 10 et 35€.

1. Calculer la probabilité que Max dépense moins de 17,50€.
2. Calculer $P(19 < X < 27)$
3. Combien va-t-il payer en moyenne son repas ?

Max, qui paye en espèces et se s'embarrasse pas avec la monnaie, a pour habitude de donner au serveur un somme arrondie au multiple de 5 supérieur.

4. Quel montant donne-t-il quand son repas coûte 19€ ?

On modélise la somme donnée par Max pour payer son repas par la variable aléatoire Y.

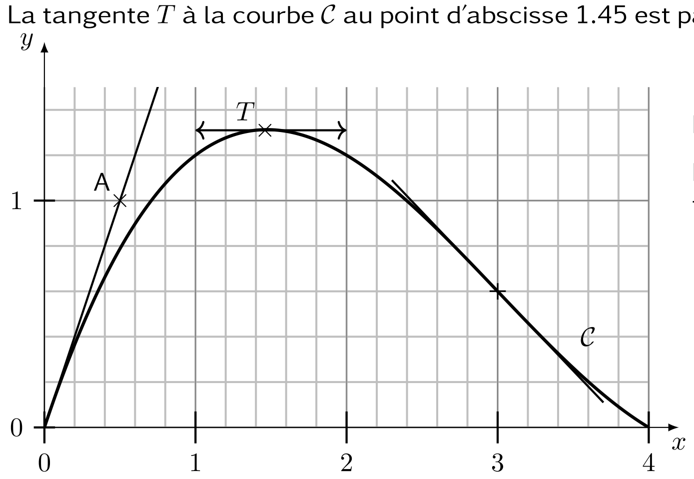
5. Quelles valeurs peut prendre Y ?
6. Est-ce que Y suit une loi uniforme ? Si oui, préciser les paramètres. Si non, quelle est sa loi ?

Exercice 4 — Occupation des lits(/8)

On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$. On note f' la fonction dérivée de f.

La droite $\mathcal{D}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 ; elle passe par le point A de coordonnées (0,5 ; 1).

La tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.45 est parallèle à l'axe des abscisses.



Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues par lecture graphique.

1. Donner la valeur de $f'(1.45)$.
2. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.
3. Proposer un intervalle sur lequel la fonction semble concave.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 4] par $f(x) = 0.3x^3 - 0.9x^2 + 2x$

On admet que son tableau de variation est

x	0		1.46		4
$f(x)$	0	$\nearrow$	1.31	$\searrow$	0

1. Démontrer que l'équation $f(x) = 1.1$ admet une unique solution sur $[0\,;1]$.
2. Donner une valeur approchée à 10^{-2} de cette solution.

Partie C

En Europe, les observateurs d'une maladie nécessitant une hospitalisation considèrent qu'ils peuvent modéliser par cette fonction f l'évolution du nombre de lits occupés par des malades pendant les quatre mois d'hiver.

Pour tout x appartenant à l'intervalle [0; 4], $f(x)$ représente le nombre de lits occupés, exprimé en million, à l'instant x, exprimé en mois.

Un journal affirme que cet hiver :

- le nombre de lits occupés a dépassé le million pendant plus d'un mois.
- le maximum de lits occupés a été atteint autour du milieu du deuxième moi.
- après 3 mois, la diminution du nombre de lit a ralentit.

Que dire de ces trois affirmations ?