

4 Les fonctions $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Propriété

Certains polynômes de degré 3 peuvent se mettre sous la forme **factorisée** suivante

$$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

Comme pour les polynômes de degré 2, x_1 , x_2 et x_3 sont des **racines** du polynôme.

Démonstration

À faire au crayon à papier: Démontrer que x_1 , x_2 et x_3 sont des racines du polynôme $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$.

Exemple

Montrons que -1 , -2 et 1 sont des racines de

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$$

On en déduit la forme factorisée de $P(x)$

À faire au crayon à papier:

Définition

- On appelle **racine double** une racine qui apparaît 2 fois dans la forme factorisée. On a alors dans le cas où x_1 est une racine double

$$P(x) = a(x - x_1)(x - x_1)(x - x_3) = a(x - x_1)^2(x - x_3)$$

- On appelle **racine triple** une racine qui apparaît 3 fois dans la forme factorisée. On a alors dans le cas où x_1 est une racine triple

$$P(x) = a(x - x_1)(x - x_1)(x - x_1) = a(x - x_1)^3$$

Méthode : étude de signe

Étudions le signe de $P(x) = 2(x + 1)(x + 2)(x - 1)$

À faire au crayon à papier: