Exercice 1 — Polynésie septembre 2018

On considère la fonction w définie pour tout réel positif t par $w(t) = 4\mathrm{e}^{-200t} + 146$.
On note C la courbe représentative de la fonction w dans un repère orthonormé.

1. (a) Calculer $w(0)$.
   (b) Déterminer la limite de la fonction w lorsque t tend vers $+\infty$ et interpréter graphiquement cette limite.
2. On note w' la fonction dérivée de la fonction w sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (a) Pour tout réel positif t, calculer $w'(t)$.
   (b) Étudier le signe de w' sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (c) Dresser le tableau de variation de la fonction w sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 .

Exercice 2

L'octane est un hydrocarbure qui entre dans la composition de l'essence.
Lorsqu'on chauffe un mélange d'octane et de solvant dans une cuve, une réaction chimique transforme progressivement l'octane en un carburant plus performant, appelé iso-octane.
La concentration d'octane, en moles par litre, dans la cuve est modélisée par une fonction f du temps t, exprimé en minutes. On admet que cette fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = K\,\mathrm{e}^{-0,12t} + 0,025$ avec K un nombre réel.
À l'instant $t = 0$, la concentration d'octane dans la cuve est de $0,5$ mole par litre (mol.L^{-1}).

1. Donner $f(0)$ puis déterminer la valeur de K.
2. (a) Calculer la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (b) Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (c) Interpréter cette réponse dans le contexte de l'exercice.
3. Calculer, en justifiant votre réponse, à la minute près, le temps nécessaire pour obtenir une concentration en octane dans la cuve de $0,25$ mole par litre.
4. (a) Déterminer par lecture graphique sur votre calculatrice la valeur de $\lim_{t\to+\infty} f(t)$.
   Interpréter le résultat dans le contexte.
   (b) Le processus de transformation de l'octane en iso-octane est arrêté au bout d'une heure. Expliquer ce choix.

Exercice 1 — Polynésie septembre 2018

On considère la fonction w définie pour tout réel positif t par $w(t) = 4\mathrm{e}^{-200t} + 146$.
On note C la courbe représentative de la fonction w dans un repère orthonormé.

1. (a) Calculer $w(0)$.
   (b) Déterminer la limite de la fonction w lorsque t tend vers $+\infty$ et interpréter graphiquement cette limite.
2. On note w' la fonction dérivée de la fonction w sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (a) Pour tout réel positif t, calculer $w'(t)$.
   (b) Étudier le signe de w' sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (c) Dresser le tableau de variation de la fonction w sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 .

Exercice 2

L'octane est un hydrocarbure qui entre dans la composition de l'essence.
Lorsqu'on chauffe un mélange d'octane et de solvant dans une cuve, une réaction chimique transforme progressivement l'octane en un carburant plus performant, appelé iso-octane.
La concentration d'octane, en moles par litre, dans la cuve est modélisée par une fonction f du temps t, exprimé en minutes. On admet que cette fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = K\,\mathrm{e}^{-0,12t} + 0,025$ avec K un nombre réel.
À l'instant $t = 0$, la concentration d'octane dans la cuve est de $0,5$ mole par litre (mol.L^{-1}).

1. Donner $f(0)$ puis déterminer la valeur de K.
2. (a) Calculer la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (b) Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (c) Interpréter cette réponse dans le contexte de l'exercice.
3. Calculer, en justifiant votre réponse, à la minute près, le temps nécessaire pour obtenir une concentration en octane dans la cuve de $0,25$ mole par litre.
4. (a) Déterminer par lecture graphique sur votre calculatrice la valeur de $\lim_{t\to+\infty} f(t)$.
   Interpréter le résultat dans le contexte.
   (b) Le processus de transformation de l'octane en iso-octane est arrêté au bout d'une heure. Expliquer ce choix.