## Exercice 1 — Étude de fonction

On considère la fonction $f$ définie sur $[1\,;11]$ par

$$f(x) = -0.5x^2 + 2x + 15\ln(x)$$

1. Démontrer que la dérivée de $f$ est
$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 15}{x}$$
2. Étudier le signe de $f'$ et en déduire les variations de $f$.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, $\alpha$, sur $[1\,;11]$.
4. Donner une valeur approchée de $\alpha$.
5. En déduire le tableau de signe de $f$.

## Exercice 2 — Étude de fonction

On considère la fonction $f$ définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$$

1. Démontrer que la dérivée de $f$ est
$$f'(x) = \frac{-\ln(x)}{x^2}$$
2. Étudier le signe de $f'$ et en déduire les variations de $f$.
3. Déterminer le minimum de la fonction $f$.
4. En déduire le tableau de signe de $f$.

## Exercice 3 — Recherche par dichotomie

On considère la fonction $f$ définie sur $[1\,;5]$ par

$$f(x) = 3x - 10 + 4\ln(x)$$

1. (a) Démontrer que la dérivée de $f$ est
$$f'(x) = \frac{3x+4}{x}$$
   (b) Étudier le signe de $f'$ et en déduire les variations de $f$.
   (c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, $\alpha$, sur $[1\,;5]$.
2. On souhaite trouver un encadrement de $\alpha$ par la méthode de dichotomie.
Pour cela, on propose l'algorithme suivant :

```
a ← 1 ;
b ← 5 ;
tant que b − a ≤ 0.01 faire
    m ← (b + a)/2 ;
    si f(m) > 0 alors
        a ← m;
    sinon
        b ← m;
    fin
fin
retourner a, b
```

   (a) En vous aidant du tableau ci-dessous (vous pouvez ajouter des lignes si nécessaire) exécuter l'algorithme pour trouver un encadrement d'amplitude 0.01 de $\alpha$.

| $a$ | $b$ | $(b-a) \leq 0.01$ | $m$ | $f(m) > 0$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

   (b) Expliquer le fonctionnement de cet algorithme en quelques phrases.