

# DS 2

Terminale STI2D – 10 octobre 2019

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

## Exercice 1

QCM(/3)

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fautive, plusieurs réponses ou l'absence de réponse n'ajoutent ni ne retirent aucun point.

Inscrire sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.

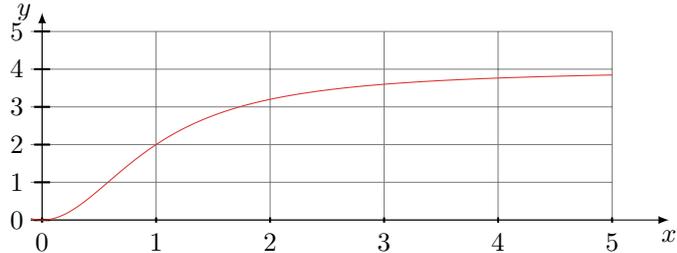
Aucune justification n'est demandée.

1. On donne ci-dessous la courbe  $\mathcal{C}$  représentative d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$ . On pose  
On pose

$$I = \int_1^3 f(x)dx$$

Un encadrement de  $I$  est

- (a)  $1 \leq I \leq 3$
- (b)  $2 \leq I \leq 4$
- (c)  $5 \leq I \leq 7$



2. On donne  $\|\vec{u}\| = 2$ ,  $\|\vec{v}\| = 5$  et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{3}$  alors l'angle  $(\vec{u}; \vec{v})$  est égale à

- a)  $\frac{-\pi}{3}$
- b)  $\frac{2\pi}{3}$
- c)  $\frac{\pi}{6}$

3. Soit  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 4)$  et  $C(-3, 4)$  alors  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$  est

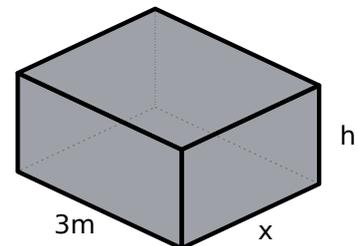
- a) Positif
- b) Nul
- c) Négatif

## Exercice 2

Optimisation de matière première(/8)

On se propose de fabriquer avec le moins de tôle possible une citerne fermée en forme de parallélépipède rectangle dont le volume intérieur doit être de  $12m^3$ . La longueur est aussi fixée à  $3m$  par le cahier des charges.

On peut donc faire varier uniquement la largeur (notée  $x$ ) et la hauteur (notée  $h$ ) de la cuve.



- 1. Expliquer pourquoi quand la largeur  $x$  change, la hauteur  $h$  doit elle aussi changer pour respecter les contraintes.
- 2. Démontrer que l'on doit avoir  $h = \frac{4}{x}$ .

3. On note  $S(x)$  l'aire totale de la citerne (c'est à dire la somme des aires des six faces). Montrer que l'on peut écrire

$$S(x) = 6x + 8 + \frac{24}{x}$$

4. On admet que

$$S(x) = \frac{6x^2 + 8x + 24}{x}$$

Démontrer que

$$S'(x) = \frac{6x^2 - 24}{x^2}$$

- 5. En déduire le tableau de variation de  $S(x)$  sur  $]0; 10]$ .
- 6. Déterminer les valeurs de  $x$  et  $h$  correspondant à une utilisation minimal de tôle.

## Exercice 3

## Système de climatisation(/9)

La climatisation d'un véhicule automobile est un système qui a une double fonction, refroidir ou réchauffer l'habitacle. Ce système fonctionne grâce à une certaine masse de gaz réfrigérant stocké dans un réservoir.

On suppose que, par défaut d'étanchéité, le système perd naturellement 0,1 gramme de gaz chaque jour.

Un automobiliste possède un véhicule pour lequel la masse de gaz dans le réservoir est initialement de 660 grammes.

## Partie A

Le constructeur préconise de recharger le réservoir lorsque la masse de gaz est inférieure à 440 grammes.

Au bout de combien de jours le constructeur préconise-t-il à l'automobiliste de recharger ce réservoir ?

## Partie B

Lors d'une visite d'entretien, le garagiste signale à l'automobiliste que le système de climatisation de son véhicule présente une baisse significative de masse de gaz : en plus de la perte naturelle de 0,1 gramme, le système perd 1 % de sa masse chaque jour.

Le garagiste recharge alors complètement le réservoir.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la masse de gaz dans le réservoir au bout de  $n$  jours après cette visite.

On a donc,  $u_0 = 660$  et on admet que pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$u_{n+1} = 0,99u_n - 0,1.$$

- Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
- Voici un algorithme qui, lorsque l'on saisit un nombre  $N$  non nul de jours écoulés, calcule et affiche la masse de gaz restant dans le système.

<b>Variables</b>
$N$ : un nombre entier naturel
$k$ : un nombre entier naturel
$u$ : un nombre réel
<b>Entrée</b>
Saisir $N$
<b>Initialisation</b>
$u$ prend la valeur 660
<b>Traitement</b>
Pour $k$ allant de 1 à ...
$u$ prend la valeur ...
Fin pour
<b>Sortie</b>
Afficher $u$

- Recopier et compléter la partie relative au **traitement** de cet algorithme.
  - Quelle masse de gaz restera-t-il au bout de 20 jours ? Arrondir au gramme près.
- Soit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel par  $v_n = u_n + 10$ .
    - Calculer  $v_0$ .
    - On admet que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,99.  
Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
    - En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = 670 \times 0,99^n - 10$ .
    - À l'aide de cette expression, vérifier le résultat obtenu à la **question 2.b**.
  - On rappelle que le constructeur préconise de recharger le réservoir au plus tard lorsque la masse de gaz est inférieure à 440 g.  
Le coût d'une recharge est de 80 euros. Le garagiste propose de réparer le système pour 400 euros.  
Pourquoi est-il plus économique pour cet automobiliste de réparer le système ? Justifier la réponse.