DS 5

1ST – 17 janvier 2020 40minutes

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 Lave vaisselle(/6)

Une étude a été menée sur les acheteurs de lave vaisselle. Cette étude montre que après un achat, 10% des acheteurs ramènent le lave vaisselle pour se faire rembourser.

On choisit au hasard un acheteur.

On note A l'évènement : "le propriétaire ramène le lave vaisselle pour se faire rembourser."

On note p la probabilité de l'évènement A.

1. Donner la valeur de p.
2. Montrer que cette expérience aléatoire correspond à une épreuve e Bernoulli et donner, sous forme d'un tableau, la loi associée.

On choisit à présent au hasard 3 acheteurs. On admet que ce correspond à reproduire 3 fois l'expérience précédente dans des conditions identiques et indépendantes. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de client qui ramène leur lave vaisselle.

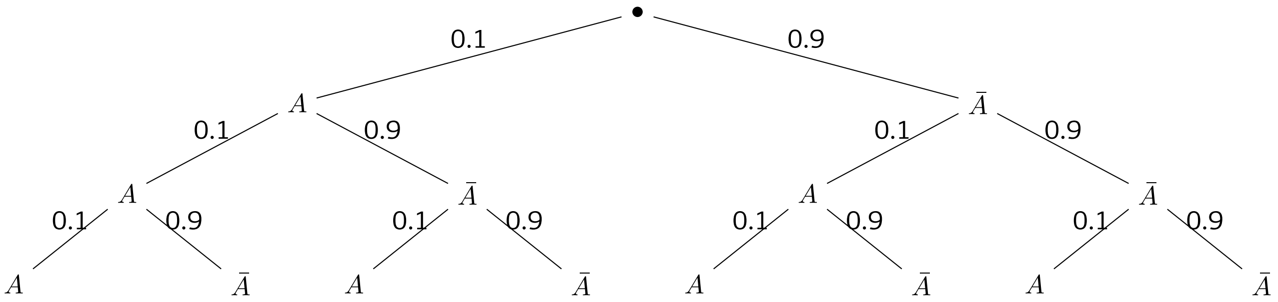
3. Représenter cette expérience par un arbre de probabilité.
4. Calculer la probabilité qu'aucun acheteur n'ai rapporté sa machine à laver pour se faire rembourser. On arrondira le résultat au centième.
5. Calculer la probabilité que plus de 2 acheteurs aient rapporté leur machine pour se faire rembourser. On arrondira le résultat au centième.
6. Calculer $P(X \leq 1)$

Solution 1 6 p.

1. D'après l'énoncé $p = 10\% = 0.1$
2. Cette expérience est une expérience de Bernoulli car il y a 2 issues possibles : l'acheteur ramène le lave vaisselle (succès) ou pas (échec).

Issues	Ramène (1)	Garde (0)
Probabilite	0.1	0.9

3. Chaque acheteur a 2 choix : ramener ou non donc chaque étage de notre arbre a 2 branches. Comme il y a 3 acheteurs, cela revient à reproduire 3 fois l'expérience donc l'arbre a 3 étages.
Dans l'arbre, on note A si le propriétaire ramène le lave vaisselle, et $\bar{A}$ sinon.



4. Probabilité qu'aucun acheteur n'ai ramené le lave vaisselle ($X = 0$).
C'est la branche la plus à droite.
$$P(X = 0) = 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.729$$

5. $$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 3 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.9 + 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.028$$

6. $$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X + 1) = 0.9^3 + 3 \times 0.1 \times 0.9^2 = 0.972$$
On aurait pu aussi faire
$$P(X \leq 1) = 1 - P(X \geq 2) = 1 - 0.028 = 0.972$$

Solution 2

Une épidémie a frappé les habitants d'une ville. On s'intéresse à la progression de cette épidémie en fonction du temps. On modélise cette évolution à l'aide d'une fonction f définie sur $[0\,;30]$ que l'on a tracer sa représentation graphique $\mathcal{C}_f$ ci-dessous. Les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points $A(4;400)$, et $B(27;2200)$ sont également tracées.

Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Quelle est la valeur de $f(27)$? Que signifie cette valeur ?
2. Lire graphiquement la valeur de $f'(27)$.
3. Calculer le taux de variation de f entre 4 jours et 16 jours. Que signifie cette valeur ?
4. Au bout de combien de jours, l'épidémie a atteint son maximum ? Combien y avait-il alors de malades ?
5. Déterminer le nombre de jours durant lesquels le nombre de malades est supérieur ou égal à 25% du pic de l'épidémie.
6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3400$.

Solution 2

6 p.

1. $f(27) = 2\,400$. Cela signifie que au bout de 27 jours, il y avait 2 400 malades.
2. $f'(27) = -600$ (quand on se déplace de 1 à droite, on descend de 3 graduations pour atteindre la tangente et 3 graduations font 600).
3. $$\frac{f(16) - f(4)}{16 - 4} = \frac{3600 - 400}{16 - 4} = 266$$

   Cela signifie qu'entre le 4e et le 16e jours, il y a eu en moyenne 266 nouveaux malades par jour.
4. Le maximum a été atteint en 20jours avec 4 000 malade.
5. 25% du pic correspond à 25% de 4 000 soit 1 000 malade.

   On remarque que l'on atteint 1 000 malades à 6,5jours et qu'on repasse en dessous à 28,5jours soit environ 22 jours.
6. $f(x) = 3400$ pour $x = 15$ et $x = 24$.