

## Exercice 1

## Profilé d'aluminium

Une unité de production fabrique des profilés d'aluminium. En 2009, la production annuelle a été de 5 000 unités. On fait l'hypothèse que chaque année, la production augmente de 4%.

1. Calculer la production pour les années 2010 et 2011.
2. On note  $(P_n)$  la suite qui modélise la production. Quelle est la nature de cette suite? Quels sont les éléments caractéristiques? Exprimer  $P_n$  en fonction de  $n$ .
3. Quelle est la production totale de cette unité entre 2009 et 2015?
4. Écrire un algorithme permettant de déterminer l'année où la production dépassera 40 000 unités.

## Exercice 2

## Aquarium

Après son installation, un lundi matin, un aquarium contient 280 litres d'eau et des poissons.

Par évaporation, le volume d'eau dans l'aquarium diminue de 2% par semaine. Compte tenu du nombre de poissons, cet aquarium doit contenir en permanence au minimum 240 litres d'eau.

### Partie A

1. Quel volume d'eau restera-t-il dans l'aquarium au bout d'une semaine?
2. Est-il vrai qu'au bout de deux semaines, exactement 4% du volume d'eau initial se seront évaporés? Justifier.
3. Déterminer au bout de combien de semaines le volume d'eau dans l'aquarium deviendra insuffisant.

### Partie B

On ajoute chaque lundi matin, en une seule fois, 5 litres d'eau pour compenser l'évaporation hebdomadaire de 2%.

On note  $u_0$  le volume initial d'eau en litres dans l'aquarium. Ainsi  $u_0 = 280$ .

Pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 1, on note  $u_n$  le volume d'eau dans l'aquarium, en litres,  $n$  semaines après son installation, immédiatement après l'ajout hebdomadaire des 5 litres d'eau.

1. Vérifier que  $u_2 = 278,812$ .
2. Justifier que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,98u_n + 5$ .
3. Montrer que la suite  $(u_n)$  n'est pas géométrique.
4. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel  $k$  désigne un nombre entier naturel et  $U$  un nombre réel.

```
U ← 280
Pour k allant de 1 à ...
    U ← ...
Fin Pour
```

- (a) Recopier et compléter l'algorithme pour qu'à la fin de son exécution, la variable  $U$  contienne  $u_6$ .
  - (b) Quel est le volume d'eau dans l'aquarium, en litres à  $10^{-2}$  près, 6 semaines après son installation immédiatement après l'ajout hebdomadaire des 5 litres d'eau?
5. On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 250$ . On admet que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,98.
- (a) Calculer  $v_0$ .
  - (b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - (c) En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 30 \times 0,98^n + 250$ .
  - (d) Justifier que la préconisation concernant le volume d'eau dans l'aquarium est respectée.

## Exercice 3

## Algorithme de Babylone

On considère l'algorithme suivant :

```
Entrées : a
1 début
2   u ← a/2 ;
3   pour n de 1 à 3 faire
4     u ← (u + a/u)/2 ;
5   fin
6 fin
```

1. Faire fonctionner cet algorithme pour  $a = 2$  en fournissant toutes les valeurs prises par  $u$ .
2. Même question pour  $a = 3$ .
3. Récrire l'algorithme pour faire varier  $n$  de 1 à 10. Vers quelle valeur semble tendre  $u$  quand  $n$  grandit?
4. Modifier l'algorithme pour qu'il s'arrête quand  $|u - 1.41| < 10^{-6}$ .