DM 1 – AIT BEN SAID Loubna

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 700 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 8 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 18 700 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 5.8400 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 11 \times 0.98^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 8% revient à multiplier pas 1.08. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.08 et de premier terme 1700. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1700 \times 1.08^n$$
2. Augmenter de - 5.8400% revient à multiplier pas 1.0584. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0584 et de premier terme 18700. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 18700 \times 1.0584^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{18700}{1700} = 11$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{19792.0800}{1836} = 10.78$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{18700 \times 1.0584^n}{1700 \times 1.08^n} \\ u_n &= \frac{18700}{1700} \times \left(\frac{1.0584}{1.08}\right)^n \\ u_n &= 11 \times 0.98^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.98 et de premier terme 11.
   (d) La raison, $q = 0.98$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 40$ avec $u_{40} = 4.902704443460461508532877644$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 10$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 2x^3 + 5x^2 + 2x + 7$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $8 - 4x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 2 + 10x + 6x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 2 + 10x + 6x^2$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= 10^2 - 4 \times 6 \times 2 \\ \Delta &= 100 - 24 \times 2 \\ \Delta &= 100 - 48 \\ \Delta &= 52\end{aligned}$$

comme $\Delta = 52 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - \sqrt{52}}{2 \times 6} = -0.2324081207560018 \\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + \sqrt{52}}{2 \times 6} = -1.434258545910665\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 6$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 2x + 7$
6. $g''(x) = 12x + 10$

DM 1 – BATEMAN Amélie

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 600 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 6 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 19 200 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 1.4200 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 12 \times 0.93^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 6% revient à multiplier pas 1.06. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.06 et de premier terme 1600. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1600 \times 1.06^n$$
2. Augmenter de 1.4200% revient à multiplier pas 0.9858. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9858 et de premier terme 19200. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 19200 \times 0.9858^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{19200}{1600} = 12$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{18927.3600}{1696} = 11.16$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{19200 \times 0.9858^n}{1600 \times 1.06^n} \\ u_n &= \frac{19200}{1600} \times \left(\frac{0.9858}{1.06}\right)^n \\ u_n &= 12 \times 0.93^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.93 et de premier terme 12.
   (d) La raison, $q = 0.93$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 13$ avec $u_{13} = 4.67153467986977671665730716$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = 10x^2 - 8x + 7$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -8x^3 + 5x^2 + 9x - 3$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-8 + 20x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 9 + 10x - 24x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 9 + 10x - 24x^2$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= 10^2 - 4 \times -24 \times 9 \\ \Delta &= 100 + 96 \times 9 \\ \Delta &= 100 + 864 \\ \Delta &= 964\end{aligned}$$

comme $\Delta = 964 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - \sqrt{964}}{2 \times -24} = -0.43850727901083436 \\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + \sqrt{964}}{2 \times -24} = 0.855173945677501\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = -24$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 9x + -3$
6. $g''(x) = -48x + 10$

DM 1 – BOUNOUS Matthieu

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 000 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 5 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 16 000 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 1.3000 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 8 \times 0.94^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 5% revient à multiplier pas 1.05. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.05 et de premier terme 2000. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 2000 \times 1.05^n$$
2. Augmenter de 1.3000% revient à multiplier pas 0.9870. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9870 et de premier terme 16000. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 16000 \times 0.9870^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{16000}{2000} = 8$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{15792}{2100} = 7.52$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{16000 \times 0.9870^n}{2000 \times 1.05^n} \\ u_n &= \frac{16000}{2000} \times \left(\frac{0.9870}{1.05}\right)^n \\ u_n &= 8 \times 0.94^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.94 et de premier terme 8.
   (d) La raison, $q = 0.94$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 8$ avec $u_8 = 4.8765515083286528$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -4x^2 + 10x - 2$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 3x^3 - x^2 - 4x - 9$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $10 - 8x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -4 - 2x + 9x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -4 - 2x + 9x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= -2^2 - 4 \times 9 \times -4 \\
\Delta &= 4 - 36 \times -4 \\
\Delta &= 4 + 144 \\
\Delta &= 148
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 148 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{148}}{2 \times 9} = -0.5647513922553578 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{148}}{2 \times 9} = 0.78697361447758
\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 9$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = -4x + -9$
6. $g''(x) = 18x - 2$

DM 1 – CRETIN Marie

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 400 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 8 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 24 000 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 0.4400 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 10 \times 0.93^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 8% revient à multiplier pas 1.08. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.08 et de premier terme 2400. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 2400 \times 1.08^n$$
2. Augmenter de - 0.4400% revient à multiplier pas 1.0044. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0044 et de premier terme 24000. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 24000 \times 1.0044^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{24000}{2400} = 10$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{24105.6000}{2592} = 9.30$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{24000 \times 1.0044^n}{2400 \times 1.08^n} \\ u_n &= \frac{24000}{2400} \times \left(\frac{1.0044}{1.08}\right)^n \\ u_n &= 10 \times 0.93^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.93 et de premier terme 10.
   (d) La raison, $q = 0.93$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 10$ avec $u_{10} = 4.83982307179293182490$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -6x^2 - 8x - 4$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = x^3 - 10x^2 + 7x + 1$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-8 - 12x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 7 + 3x^2 - 20x$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 7 + 3x^2 - 20x$.

$$\begin{array}{rcl}\Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -20^2 - 4 \times 3 \times 7 \\ \Delta & = & 400 - 12 \times 7 \\ \Delta & = & 400 - 84 \\ \Delta & = & 316\end{array}$$

comme $\Delta = 316 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl}x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-20 - \sqrt{316}}{2 \times 3} = 0.3706018608948038 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-20 + \sqrt{316}}{2 \times 3} = 6.296064805771863\end{array}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 3$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 7x + 1$
6. $g''(x) = -20 + 6x$

DM 1 – DENIS Clarisse

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 600 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 5 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 12 800 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 3.4000 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 8 \times 0.92^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 5% revient à multiplier pas 1.05. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.05 et de premier terme 1600. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1600 \times 1.05^n$$
2. Augmenter de 3.4000% revient à multiplier pas 0.9660. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9660 et de premier terme 12800. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 12800 \times 0.9660^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{12800}{1600} = 8$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{12364.8000}{1680} = 7.36$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{12800 \times 0.9660^n}{1600 \times 1.05^n} \\ u_n &= \frac{12800}{1600} \times \left(\frac{0.9660}{1.05}\right)^n \\ u_n &= 8 \times 0.92^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.92 et de premier terme 8.
   (d) La raison, $q = 0.92$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 6$ avec $u_6 = 4.850840010752$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -7x^2 + 6x - 5$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -7x^3 + 2x^2 + 2x - 6$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $6 - 14x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 2 + 4x - 21x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 2 + 4x - 21x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 4^2 - 4 \times -21 \times 2 \\
\Delta &= 16 + 84 \times 2 \\
\Delta &= 16 + 168 \\
\Delta &= 184
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 184 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{184}}{2 \times -21} = -0.22772999919644135 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{184}}{2 \times -21} = 0.41820618967263185
\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = -21$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 2x + -6$
6. $g''(x) = -42x + 4$

DM 1 – DOS SANTOS Théo

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 500 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 8 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 18 000 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 0.6400 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 12 \times 0.92^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 8% revient à multiplier pas 1.08. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.08 et de premier terme 1500. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1500 \times 1.08^n$$
2. Augmenter de 0.6400% revient à multiplier pas 0.9936. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9936 et de premier terme 18000. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 18000 \times 0.9936^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{18000}{1500} = 12$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{17884.8000}{1620} = 11.04$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{18000 \times 0.9936^n}{1500 \times 1.08^n} \\ u_n &= \frac{18000}{1500} \times \left(\frac{0.9936}{1.08}\right)^n \\ u_n &= 12 \times 0.92^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.92 et de premier terme 12.
   (d) La raison, $q = 0.92$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 11$ avec $u_{11} = 4.795648534628898806169 6$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = 10x^2 - 5x - 6$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 8x^3 - 4x^2 - 8x + 9$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-5 + 20x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -8 - 8x + 24x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -8 - 8x + 24x^2$.

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= -8^2 - 4 \times 24 \times -8 \\ \Delta &= 64 - 96 \times -8 \\ \Delta &= 64 + 768 \\ \Delta &= 832 \end{aligned}$$

comme $\Delta = 832 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 - \sqrt{832}}{2 \times 24} = -0.4342585459106649 \\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{832}}{2 \times 24} = 0.7675918792439983 \end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 24$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = -8x + 9$
6. $g''(x) = 48x - 8$

DM 1 – FERREIRA Tina

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 700 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 8 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 20 400 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 5.8400 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 12 \times 0.98^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 8% revient à multiplier pas 1.08. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.08 et de premier terme 1700. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 1700 \times 1.08^n$$

2. Augmenter de - 5.8400% revient à multiplier pas 1.0584. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0584 et de premier terme 20400. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 20400 \times 1.0584^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{20400}{1700} = 12$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{21591.3600}{1836} = 11.76$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{20400 \times 1.0584^n}{1700 \times 1.08^n} \\ u_n &= \frac{20400}{1700} \times \left(\frac{1.0584}{1.08}\right)^n \\ u_n &= 12 \times 0.98^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.98 et de premier terme 12.

   (d) La raison, $q = 0.98$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 44$ avec $u_{44} = 4.93319833804194536113775984$

Exercice 2 Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = 3x^2 + 7x - 9$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -4x^3 - 9x^2 - 4x - 2$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $7 + 6x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -4 - 18x - 12x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -4 - 18x - 12x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -18^2 - 4 \times -12 \times -4 \\ \Delta & = & 324 + 48 \times -4 \\ \Delta & = & 324 - 192 \\ \Delta & = & 132 \end{array}$$

comme $\Delta = 132 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-18 - \sqrt{132}}{2 \times -12} = -0.27128644612183095 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-18 + \sqrt{132}}{2 \times -12} = -1.228713553878169 \end{array}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = -12$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = -4x + -2$
6. $g''(x) = -24x - 18$

DM 1 – GAUDARD Camille

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 600 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 11 200 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 0.4900 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 7 \times 0.93^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 1600. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1600 \times 1.07^n$$
2. Augmenter de 0.4900% revient à multiplier pas 0.9951. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9951 et de premier terme 11200. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 11200 \times 0.9951^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{11200}{1600} = 7$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{11145.1200}{1712} = 6.51$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{11200 \times 0.9951^n}{1600 \times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{11200}{1600} \times \left(\frac{0.9951}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 7 \times 0.93^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.93 et de premier terme 7.
   (d) La raison, $q = 0.93$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 5$ avec $u_5 = 4.8698185851$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -4x^2 - 10x - 3$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -x^3 - 8x^2 - 5x - 9$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-10 - 8x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -5 - 16x - 3x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -5 - 16x - 3x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -16^2 - 4 \times -3 \times -5 \\ \Delta & = & 256 + 12 \times -5 \\ \Delta & = & 256 - 60 \\ \Delta & = & 196 \end{array}$$

   comme $\Delta = 196 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-16 - \sqrt{196}}{2 \times -3} = -0.3333333333333333 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-16 + \sqrt{196}}{2 \times -3} = -5 \end{array}$$

   Ainsi, g' est du signe de $a = -3$ en dehors des racines.
   Le tableau de variation non disponible en correction
5. Équation de la tangente : $y = -5x + -9$
6. $g''(x) = -6x - 16$

DM 1 – GUVERCIN Dilara Melisa

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 500 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 17 500 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 4.8600 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.

Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 7 \times 0.98^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 2500. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 2500 \times 1.07^n$$

2. Augmenter de - 4.8600% revient à multiplier pas 1.0486. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0486 et de premier terme 17500. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 17500 \times 1.0486^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{17500}{2500} = 7$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{18350.5000}{2675} = 6.86$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{17500 \times 1.0486^n}{2500 \times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{17500}{2500} \times \left(\frac{1.0486}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 7 \times 0.98^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.98 et de premier terme 7.

   (d) La raison, $q = 0.98$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 17$ avec $u_{17} = 4.965252363264521426471716467$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -7x^2 + 2x - 9$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -7x^3 - 2x^2 + 10x - 10$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $2 - 14x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 10 - 4x - 21x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 10 - 4x - 21x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= -4^2 - 4 \times -21 \times 10 \\
\Delta &= 16 + 84 \times 10 \\
\Delta &= 16 + 840 \\
\Delta &= 856
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 856 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{856}}{2 \times -21} = -0.7918447065870377 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{856}}{2 \times -21} = 0.6013685161108473
\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = -21$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 10x + -10$
6. $g''(x) = -42x - 4$

DM 1 – HALEGOI Agathe

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 200 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 5 % tous les ans.

Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 26 400 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 2.3500 % par an.

Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.

Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 12 \times 0.93^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 5% revient à multiplier pas 1.05. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.05 et de premier terme 2200. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 2200 \times 1.05^n$$

2. Augmenter de 2.3500% revient à multiplier pas 0.9765. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9765 et de premier terme 26400. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 26400 \times 0.9765^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{26400}{2200} = 12$$

$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{25779.6000}{2310} = 11.16$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{26400 \times 0.9765^n}{2200 \times 1.05^n} \\ u_n &= \frac{26400}{2200} \times \left(\frac{0.9765}{1.05}\right)^n \\ u_n &= 12 \times 0.93^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.93 et de premier terme 12.

   (d) La raison, $q = 0.93$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 13$ avec $u_{13} = 4.671534679869777671665730716$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = 7x^2 - 5x + 7$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -6x^3 + 5x^2 + 4x - 5$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-5 + 14x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 4 + 10x - 18x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 4 + 10x - 18x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 10^2 - 4 \times -18 \times 4 \\
\Delta &= 100 + 72 \times 4 \\
\Delta &= 100 + 288 \\
\Delta &= 388
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 388 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - \sqrt{388}}{2 \times -18} = -0.26938098898867247 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + \sqrt{388}}{2 \times -18} = 0.824936544544228
\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = -18$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 4x + -5$
6. $g''(x) = -36x + 10$

DM 1 – JOURDAN Alice

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 500 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 8 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 15 000 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 6.9200 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 10 \times 0.99^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 8% revient à multiplier pas 1.08. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.08 et de premier terme 1500. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 1500 \times 1.08^n$$

2. Augmenter de - 6.9200% revient à multiplier pas 1.0692. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0692 et de premier terme 15000. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 15000 \times 1.0692^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{15000}{1500} = 10$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{16038}{1620} = 9.90$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{15000 \times 1.0692^n}{1500 \times 1.08^n} \\ u_n &= \frac{15000}{1500} \times \left(\frac{1.0692}{1.08}\right)^n \\ u_n &= 10 \times 0.99^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.99 et de premier terme 10.

   (d) La raison, $q = 0.99$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 69$ avec $u_{69} = 4.998370298991992523867655626$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -6x^2 - 7x + 4$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 2x^3 - 8x^2 + 2x - 10$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-7 - 12x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 2 - 16x + 6x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 2 - 16x + 6x^2$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= -16^2 - 4 \times 6 \times 2 \\ \Delta &= 256 - 24 \times 2 \\ \Delta &= 256 - 48 \\ \Delta &= 208\end{aligned}$$

comme $\Delta = 208 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - \sqrt{208}}{2 \times 6} = 0.13148290817867028 \\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + \sqrt{208}}{2 \times 6} = 2.5351837584879964\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 6$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 2x + -10$
6. $g''(x) = 12x - 16$

DM 1 – LIANDRAT Léa

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 400 habitants au 1[er] janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 21 600 Mbit/s au 1[er] janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 2.7200 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.

Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 9 \times 0.96^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 2400. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 2400 \times 1.07^n$$

2. Augmenter de - 2.7200% revient à multiplier pas 1.0272. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0272 et de premier terme 21600. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 21600 \times 1.0272^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{21600}{2400} = 9$$

$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{22187.5200}{2568} = 8.64$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{21600 \times 1.0272^n}{2400 \times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{21600}{2400} \times \left(\frac{1.0272}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 9 \times 0.96^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.96 et de premier terme 9.

   (d) La raison, $q = 0.96$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 15$ avec $u_{15} = 4.8787774187481815251909700180$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = 4x^2 - 4x - 8$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -x^3 - 4x^2 - x + 2$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-4 + 8x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -1 - 8x - 3x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -1 - 8x - 3x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -8^2 - 4 \times -3 \times -1 \\ \Delta & = & 64 + 12 \times -1 \\ \Delta & = & 64 - 12 \\ \Delta & = & 52 \end{array}$$

   comme $\Delta = 52 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8 - \sqrt{52}}{2 \times -3} = -0.13148290817867028 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8 + \sqrt{52}}{2 \times -3} = -2.5351837584879964 \end{array}$$

   Ainsi, g' est du signe de $a = -3$ en dehors des racines.
   Le tableau de variation non disponible en correction
5. Équation de la tangente : $y = -1x + 2$
6. $g''(x) = -6x - 8$

DM 1 – LOULID Manar

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 600 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 12 800 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de 0.4900 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 8\times 0.93^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 1600. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1600\times 1.07^n$$
2. Augmenter de 0.4900% revient à multiplier pas 0.9951. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0.9951 et de premier terme 12800. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 12800\times 0.9951^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{12800}{1600} = 8$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{12737.2800}{1712} = 7.44$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{12800\times 0.9951^n}{1600\times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{12800}{1600}\times\left(\frac{0.9951}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 8\times 0.93^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.93 et de premier terme 8.
   (d) La raison, $q = 0.93$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 7$ avec $u_7 = 4.81360696486056$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -7x^2 + 6x - 5$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 3x^3 - 9x^2 + 7x - 9$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $6 - 14x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 7 - 18x + 9x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 7 - 18x + 9x^2$.

$$\begin{array}{lcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -18^2 - 4 \times 9 \times 7 \\ \Delta & = & 324 - 36 \times 7 \\ \Delta & = & 324 - 252 \\ \Delta & = & 72 \end{array}$$

comme $\Delta = 72 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{lcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-18 - \sqrt{72}}{2 \times 9} = 0.5285954792089683 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-18 + \sqrt{72}}{2 \times 9} = 1.4714045207910316 \end{array}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 9$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 7x + -9$
6. $g''(x) = 18x - 18$

DM 1 – MARQUET Elisa

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 000 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 9 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 18 000 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 1.3700 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 9 \times 0.93^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 9% revient à multiplier pas 1.09. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.09 et de premier terme 2000. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 2000 \times 1.09^n$$
2. Augmenter de - 1.3700% revient à multiplier pas 1.0137. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0137 et de premier terme 18000. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 18000 \times 1.0137^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{18000}{2000} = 9$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{18246.6000}{2180} = 8.37$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{18000 \times 1.0137^n}{2000 \times 1.09^n} \\ u_n &= \frac{18000}{2000} \times \left(\frac{1.0137}{1.09}\right)^n \\ u_n &= 9 \times 0.93^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.93 et de premier terme 9.
   (d) La raison, $q = 0.93$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 9$ avec $u_9 = 4.683699746896385637$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -8x^2 - 9x - 1$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 6x^3 + 5x^2 - x + 5$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-9 - 16x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -1 + 10x + 18x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -1 + 10x + 18x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 10^2 - 4 \times 18 \times -1 \\
\Delta &= 100 - 72 \times -1 \\
\Delta &= 100 + 72 \\
\Delta &= 172
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 172 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - \sqrt{172}}{2 \times 18} = -0.6420799180167778 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + \sqrt{172}}{2 \times 18} = 0.08652436246122225
\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 18$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = -1x + 5$
6. $g''(x) = 36x + 10$

DM 1 – MENARD Cassandre

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 700 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 5 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 13 600 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 0.8000 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 8 \times 0.96^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 5% revient à multiplier pas 1.05. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.05 et de premier terme 1700. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1700 \times 1.05^n$$
2. Augmenter de - 0.8000% revient à multiplier pas 1.0080. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0080 et de premier terme 13600. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 13600 \times 1.0080^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{13600}{1700} = 8$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{13708.8000}{1785} = 7.68$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{13600 \times 1.0080^n}{1700 \times 1.05^n} \\ u_n &= \frac{13600}{1700} \times \left(\frac{1.0080}{1.05}\right)^n \\ u_n &= 8 \times 0.96^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.96 et de premier terme 8.
   (d) La raison, $q = 0.96$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 12$ avec $u_{12} = 4.9016780586381389101793 28$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -6x^2 + 9x + 10$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 9x^3 - 6x^2 - 2x + 7$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $9 - 12x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -2 - 12x + 27x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -2 - 12x + 27x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -12^2 - 4 \times 27 \times -2 \\ \Delta & = & 144 - 108 \times -2 \\ \Delta & = & 144 + 216 \\ \Delta & = & 360 \end{array}$$

comme $\Delta = 360 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-12 - \sqrt{360}}{2 \times 27} = -0.12914196224093105 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-12 + \sqrt{360}}{2 \times 27} = 0.5735864066853755 \end{array}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 27$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = -2x + 7$
6. $g''(x) = 54x - 12$

DM 1 – MICHEL-PROST Lauryne

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 500 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 17 500 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 4.8600 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 7 \times 0.98^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 2500. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 2500 \times 1.07^n$$

2. Augmenter de - 4.8600% revient à multiplier pas 1.0486. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0486 et de premier terme 17500. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 17500 \times 1.0486^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{17500}{2500} = 7$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{18350.5000}{2675} = 6.86$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{17500 \times 1.0486^n}{2500 \times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{17500}{2500} \times \left(\frac{1.0486}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 7 \times 0.98^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.98 et de premier terme 7.

   (d) La raison, $q = 0.98$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 17$ avec $u_{17} = 4.965252363264521426471716467$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -5x^2 + 4x - 10$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = x^3 - 7x^2 - 6x + 10$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $4 - 10x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -6 + 3x^2 - 14x$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -6 + 3x^2 - 14x$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -14^2 - 4 \times 3 \times -6 \\ \Delta & = & 196 - 12 \times -6 \\ \Delta & = & 196 + 72 \\ \Delta & = & 268 \end{array}$$

comme $\Delta = 268 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-14 - \sqrt{268}}{2 \times 3} = -0.39511759062415014 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-14 + \sqrt{268}}{2 \times 3} = 5.0617842572908165 \end{array}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 3$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = -6x + 10$
6. $g''(x) = -14 + 6x$

DM 1 – MOUBARIK Ines

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 200 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 5 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 22 000 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 1.8500 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 10 \times 0.97^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 5% revient à multiplier pas 1.05. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.05 et de premier terme 2200. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 2200 \times 1.05^n$$
2. Augmenter de - 1.8500% revient à multiplier pas 1.0185. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0185 et de premier terme 22000. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 22000 \times 1.0185^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{22000}{2200} = 10$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{22407}{2310} = 9.70$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{22000 \times 1.0185^n}{2200 \times 1.05^n} \\ u_n &= \frac{22000}{2200} \times \left(\frac{1.0185}{1.05}\right)^n \\ u_n &= 10 \times 0.97^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.97 et de premier terme 10.
   (d) La raison, $q = 0.97$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 23$ avec $u_{23} = 4.963064143419831996986398968$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -4x^2 - 6x - 7$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 9x^3 - 8x^2 - 10x - 3$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-6 - 8x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -10 - 16x + 27x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -10 - 16x + 27x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -16^2 - 4 \times 27 \times -10 \\ \Delta & = & 256 - 108 \times -10 \\ \Delta & = & 256 + 1080 \\ \Delta & = & 1336 \end{array}$$

   comme $\Delta = 1336 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16-\sqrt{1336}}{2\times 27} = -0.38058025490729874 \\ x_2 & = & \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16+\sqrt{1336}}{2\times 27} = 0.9731728474998914 \end{array}$$

   Ainsi, g' est du signe de $a = 27$ en dehors des racines.
   Le tableau de variation non disponible en correction
5. Équation de la tangente : $y = -10x + -3$
6. $g''(x) = 54x - 16$

DM 1 – MOUBARIK Sarah

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 700 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 9 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 20 400 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 5.7300 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.

Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 12 \times 0.97^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 9% revient à multiplier pas 1.09. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.09 et de premier terme 1700. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 1700 \times 1.09^n$$

2. Augmenter de - 5.7300% revient à multiplier pas 1.0573. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0573 et de premier terme 20400. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 20400 \times 1.0573^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{20400}{1700} = 12$$

$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{21568.9200}{1853} = 11.64$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{20400 \times 1.0573^n}{1700 \times 1.09^n} \\ u_n &= \frac{20400}{1700} \times \left(\frac{1.0573}{1.09}\right)^n \\ u_n &= 12 \times 0.97^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.97 et de premier terme 12.

   (d) La raison, $q = 0.97$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 29$ avec $u_{29} = 4.9609121881627769533321279\,61$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -4x^2 + x + 7$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = 8x^3 - 9x^2 + 2x - 7$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $1 - 8x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 2 - 18x + 24x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 2 - 18x + 24x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -18^2 - 4 \times 24 \times 2 \\ \Delta & = & 324 - 96 \times 2 \\ \Delta & = & 324 - 192 \\ \Delta & = & 132 \end{array}$$

comme $\Delta = 132 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-18 - \sqrt{132}}{2 \times 24} = 0.13564322306091547 \\ x_2 & = & \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-18 + \sqrt{132}}{2 \times 24} = 0.6143567769390845 \end{array}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = 24$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction
5. Équation de la tangente : $y = 2x + -7$
6. $g''(x) = 48x - 18$

DM 1 – PERREARD Noémie

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 1 900 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 17 100 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 0.5800 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018 + n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.
Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018 + n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 9 \times 0.94^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 1900. On en déduit h_n en fonction de n
$$h_n = 1900 \times 1.07^n$$
2. Augmenter de - 0.5800% revient à multiplier pas 1.0058. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0058 et de premier terme 17100. On en déduit d_n en fonction de n
$$d_n = 17100 \times 1.0058^n$$
3. (a)
$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{17100}{1900} = 9$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{17199.1800}{2033} = 8.46$$
   (b) Démonstration de la formule
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{17100 \times 1.0058^n}{1900 \times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{17100}{1900} \times \left(\frac{1.0058}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 9 \times 0.94^n \end{aligned}$$
   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.94 et de premier terme 9.
   (d) La raison, $q = 0.94$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.
4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 10$ avec $u_{10} = 4.84753602685409731584$

Exercice 2 — Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -4x^2 - 2x + 9$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -6x^3 - 9x^2 - 4x - 3$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $-2 - 8x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = -4 - 18x - 18x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = -4 - 18x - 18x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= -18^2 - 4 \times -18 \times -4 \\
\Delta &= 324 + 72 \times -4 \\
\Delta &= 324 - 288 \\
\Delta &= 36
\end{aligned}$$

   comme $\Delta = 36 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-18 - \sqrt{36}}{2 \times -18} = -0.3333333333333333 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-18 + \sqrt{36}}{2 \times -18} = -0.6666666666666666
\end{aligned}$$

   Ainsi, g' est du signe de $a = -18$ en dehors des racines.
   Le tableau de variation non disponible en correction
5. Équation de la tangente : $y = -4x + -3$
6. $g''(x) = -36x - 18$

DM 1 – URPIN Flora

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 500 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 9 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 17 500 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 6.8200 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.

Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 7 \times 0.98^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 9% revient à multiplier pas 1.09. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.09 et de premier terme 2500. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 2500 \times 1.09^n$$

2. Augmenter de - 6.8200% revient à multiplier pas 1.0682. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0682 et de premier terme 17500. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 17500 \times 1.0682^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{17500}{2500} = 7$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{18693.5000}{2725} = 6.86$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{17500 \times 1.0682^n}{2500 \times 1.09^n} \\ u_n &= \frac{17500}{2500} \times \left(\frac{1.0682}{1.09}\right)^n \\ u_n &= 7 \times 0.98^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.98 et de premier terme 7.

   (d) La raison, $q = 0.98$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 17$ avec $u_{17} = 4.9652523632645214264717164\,67$

Exercice 2 Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 6$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -9x^3 + 3x^2 + 2x + 2$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $3 - 4x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 2 + 6x - 27x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 2 + 6x - 27x^2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 6^2 - 4 \times -27 \times 2 \\
\Delta &= 36 + 108 \times 2 \\
\Delta &= 36 + 216 \\
\Delta &= 252
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 252 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{252}}{2 \times -27} = -0.18286125678495452 \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + \sqrt{252}}{2 \times -27} = 0.4050834790071768
\end{aligned}$$

Ainsi, g' est du signe de $a = -27$ en dehors des racines.
Le tableau de variation non disponible en correction

5. Équation de la tangente : $y = 2x + 2$
6. $g''(x) = -54x + 6$

DM 1 – VISENTIN Aurélie

Terminale ES-L – 15 novembre 2019

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Débit

Une commune de 2 200 habitants au 1er janvier 2018 voit sa population augmenter de 7 % tous les ans.
Pour tout entier naturel n, on note h_n le nombre d'habitants de l'année $2018+n$.

1. Déterminer la nature de la suite (h_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer h_n en fonction de n.

La municipalité de cette commune a conclu un marché avec un fournisseur d'accès internet qui engage ce dernier à fournir un débit total de 15 400 Mbit/s au 1er janvier 2018 et à augmenter ce débit de - 5.9300 % par an.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit total dont la commune dispose l'année $2018+n$.

2. Déterminer la nature de la suite (d_n), préciser ses éléments caractéristiques et exprimer d_n en fonction de n.

On s'intéresse maintenant au débit par habitant en supposant que celui-ci est réparti équitablement et que toute la population bénéficie d'une connexion internet individuelle.

Pour tout entier naturel n on note u_n le débit par habitant pour l'année $2018+n$ et on admet que $u_n = \dfrac{d_n}{h_n}$.

3. Calculer u_0 et u_1.
4. Montrer pour tout entier naturel n on a $u_n = 7 \times 0.99^n$.
5. En déduire la nature de la suite (u_n) et ses caractéristiques.
6. Déterminer le sens de variations de la (u_n). Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le marché passé avec le fournisseur d'accès internet prévoit également que si le débit passe en dessous de 5 Mbit/s par habitant alors ce dernier doit changer la technologie utilisée pour la réalisation de son réseau.

7. En quelle année le fournisseur d'accès sera-t-il dans l'obligation de changer sa technologie ?

Solution 1

1. Augmenter de 7% revient à multiplier pas 1.07. La suite (h_n) est donc géométrique de raison 1.07 et de premier terme 2200. On en déduit h_n en fonction de n

$$h_n = 2200 \times 1.07^n$$

2. Augmenter de - 5.9300% revient à multiplier pas 1.0593. La suite (d_n) est donc géométrique de raison 1.0593 et de premier terme 15400. On en déduit d_n en fonction de n

$$d_n = 15400 \times 1.0593^n$$

3. (a)

$$u_0 = \frac{d_0}{h_0} = \frac{15400}{2200} = 7$$
$$u_1 = \frac{d_1}{h_1} = \frac{16313.2200}{2354} = 6.93$$

   (b) Démonstration de la formule

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{d_n}{h_n} = \frac{15400 \times 1.0593^n}{2200 \times 1.07^n} \\ u_n &= \frac{15400}{2200} \times \left(\frac{1.0593}{1.07}\right)^n \\ u_n &= 7 \times 0.99^n \end{aligned}$$

   (c) On reconnaît la forme d'une suite géométrique de raison 0.99 et de premier terme 7.

   (d) La raison, $q = 0.99$, est inférieur à 1 donc la suite est décroissante. Ce qui signifie que le débit par habitant va diminuer.

4. Avec le tableau de la calculatrice, on calculer les valeurs de u_n jusqu'à passer en dessous de 5. On trouve $n = 34$ avec $u_{34} = 4.973872590906046483848960634$

Exercice 2 Étude de fonctions

Partie A

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$f(x) = -5x^2 + 9x + 10$$

1. Calculer la dérivé de f.
2. Étudier le signe de la dérivée f' puis en déduire le tableau de signe de f.

Partie B

Dans cette partie, on étudie la fonction

$$g(x) = -2x^3 - x^2 + 4x - 7$$

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, tracer puis reporter sur votre copie la représentation graphique de g en y indiquant les informations remarquables de ce graphique.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction est convexe ? concave ? Y a-t-il des points d'inflexions ?
3. Calculer la dérivé de g.
4. Étudier le signe de la dérivée g' puis en déduire le tableau de variations de g.
5. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
6. Dériver g' pour calculer g''.
7. Étudier le signe de g'' pour en déduire la convexité de g grâce au calcul puis localiser précisément le point d'inflexion.

Solution 2

Partie A

1. $9 - 10x$
2. Correction non disponible

Partie B

1. Correction non disponible
2. Correction non disponible
3. $g'(x) = 4 - 2x - 6x^2$
4. On commence par calculer le discriminant de $g'(x) = 4 - 2x - 6x^2$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Delta & = & -2^2 - 4 \times -6 \times 4 \\ \Delta & = & 4 + 24 \times 4 \\ \Delta & = & 4 + 96 \\ \Delta & = & 100 \end{array}$$

   comme $\Delta = 100 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2 - \sqrt{100}}{2 \times -6} = -1 \\ x_2 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2 + \sqrt{100}}{2 \times -6} = 0.6666666666666666 \end{array}$$

   Ainsi, g' est du signe de $a = -6$ en dehors des racines.
   Le tableau de variation non disponible en correction
5. Équation de la tangente : $y = 4x + -7$
6. $g''(x) = -12x - 2$