

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[-2; 4]$ par

$$f(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 3.$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans une repère. Une représentation graphique est donnée en annexe.

1. On note f' la fonction dérivée de f . Montrer que, pour tout $x \in [-2; 4]$,

$$f'(x) = -4xe^{-2x}.$$

2. Étudier les variations de f .
 3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-2; 0]$ et donner une valeur approchée au dixième de cette solution.

4. On note f'' la fonction dérivée de f' . On admet que, pour tout $x \in [-2; 4]$,

$$f''(x) = (8x - 4)e^{-2x}.$$

- (a) Étudier le signe de f'' sur l'intervalle $[-2; 4]$.
 (b) En déduire le plus grand intervalle sur lequel f est convexe.

Exercice 2

Une usine qui fabrique un produit A, décide de fabriquer un nouveau produit B afin d'augmenter son chiffre d'affaires. La quantité, exprimée en tonnes, fabriquée par jour par l'usine est modélisée par :

- la fonction f définie sur $[0; 14]$ par

$$f(x) = 2000e^{-0,2x}$$

pour le produit A;

- la fonction g définie sur $[0; 14]$ par

$$g(x) = 15x^2 + 50x$$

pour le produit B

Où x est la durée écoulée depuis le lancement du nouveau produit B exprimée en mois.

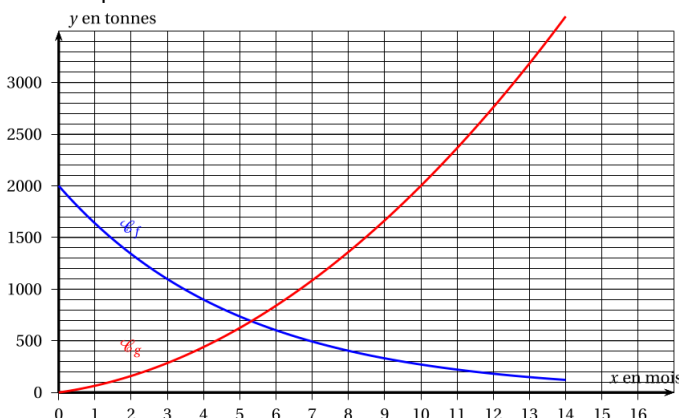
Partie A

Leurs courbes représentatives respectives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont données ci-contre.

Par lecture graphique, sans justification et avec la précision permise par le graphique :

- Déterminer la durée nécessaire pour que la quantité de produit B dépasse celle du produit A.
- L'usine ne peut pas fabriquer une quantité journalière de produit B supérieure à 3 000 tonnes.

Au bout de combien de mois cette quantité journalière sera atteinte?



Partie B

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 14]$ on pose $h(x) = f(x) + g(x)$.

On admet que la fonction h ainsi définie est dérivable sur $[0; 14]$.

- (a) Que modélise cette fonction dans le contexte de l'exercice?
 (b) Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 14]$ $h'(x) = -400e^{-0,2x} + 30x + 50$.
-

On admet que le tableau de variation de la fonction h' sur l'intervalle $[0; 14]$ est :

- Justifier que l'équation $h'(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0; 14]$ et donner un encadrement d'amplitude 0, 1 de α .
- En déduire les variations de la fonction h sur l'intervalle $[0; 14]$.

x	0	14
$h'(x)$	-350	$h'(14) \approx 446$

- Voici un algorithme :

- Si la variable X contient la valeur 3 avant l'exécution de cet algorithme, que contient la variable X après l'exécution de cet algorithme?
- En supposant toujours que la variable X contient la valeur 3 avant l'exécution de cet algorithme, modifier l'algorithme de façon à ce que X contienne une valeur approchée à 0,001 près de α après l'exécution de l'algorithme.

```

Y ← -400 exp(-0, 2X) + 30X + 50
Tant que Y ≤ 0
    X ← X + 0,1
    Y ← -400 exp(-0, 2X) + 30X + 50
Fin Tant que
    
```