DS 6

Terminale L-ES – 14 février 2020

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 — QCM(/4)

1. $\displaystyle\int_2^5 10x\ dx$ vaut

   (a) 30 | (b) 105 | (c) 150 | (d) Une autre valeur que les 3 autres propositions

2. $\displaystyle\int_5^a 2x\ dx = 75$ quand a vaut

   (a) 5 | (b) 10 | (c) 20 | (d) Une autre valeur que les 3 autres propositions

3. La limite en plus l'infinie de la suite $u_n = 4 - 10 \times 0.9^n$ est

   (a) $-\infty$ | (b) -4 | (c) 4 | (d) $+\infty$

4. Si $v_n = u_n + 5$ et $v_n = 4 \times 0.7^n$ alors

   (a) $u_n = -1 \times 0.7^n$ | (b) $u_n = 9 \times 0.7^n$ | (c) $u_n = 4 \times 0.7^n - 5$ | (d) $u_n = 4 \times 0.7^n + 5$

Exercice 2 — Jeu vidéo(/8)

Dans tout cet exercice les résultats seront arrondis au centième si nécessaire

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : « Terre », « Air » ou « Feu ».

Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.

Le jeu a été programmé de telle sorte que :

- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est $0,3$;
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est $0,5$;
- si la partie débute avec un personnage de type « Terre », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,5$;
- si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,4$;
- si la partie débute avec un personnage de type « Feu », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,9$.

On note les évènements suivants :

- T : la partie débute avec un personnage de type « Terre » ;
- A : la partie débute avec un personnage de type « Air » ;
- F : la partie débute avec un personnage de type « Feu » ;
- C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie.

1. Compléter l'arbre de probabilités donné en annexe
2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type « Air ».
3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est $0,53$.
4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie. Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type « Air » ?

Partie B

On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres. On rappelle que la probabilité que Victor obtienne un personnage de type « Terre » est $0,3$.

Y désigne la variable aléatoire qui compte le nombre de personnages de type « Terre » obtenus au début de ses 10 parties.

1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » au début de ses 10 parties.
3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type « Terre » au début de ses 10 parties.
4. Combien de personnages de type « Terre » peut-il espérer avoir en moyenne sur ses 10 parties ?

Exercice 3 Satisfaction(/12)

On considère la fonction dérivable f définie sur $I = [0\,;\,20]$ par :

$$f(x) = 1\,000(x+5)\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

Partie A - Étude graphique

On a représenté sur le graphique en annexe, la courbe représentative de la fonction f.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Résoudre graphiquement et de façon approchée l'équation $f(x) = 3\,000$.
2. Donner graphiquement une valeur approchée de l'intégrale de f entre 2 et 8. Justifier la démarche.

Partie B - Étude théorique

3. Étude des variations.
   (a) On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0\,;20]$.
   Démontrer que pour tout x de $[0\,;20]$, $f'(x) = -200x\mathrm{e}^{-0,2x}$.
   (b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau des variations sur l'intervalle [0; 20]. Si nécessaire, arrondir à l'unité les valeurs présentes dans le tableau.
   (c) Démontrer que l'équation $f(x) = 3\,000$ admet une unique solution α sur [0; 20], puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près à l'aide de la calculatrice.
4. Étude de la convexité
   (a) On note f'' la dérivée seconde de f sur $[0\,;20]$.
   Démontrer que pour tout x de $[0\,;20]$, $f''(x) = (40x-200)\mathrm{e}^{-0,2x}$.
   (b) Démontrer que f admet un point d'inflexion dont on donnera son abscisse.
5. Aire sous la courbe
   (a) On approxime grossièrement f avec une droite définie par la fonction $g(x) = 5000 - 200x$.
   Tracer sur l'annexe cette droite.
   (b) Calculer $\displaystyle\int_0^{20} 5000 - 200x\, dx$

Partie C - Application économique

Une entreprise a pris la décision de fermer son usine de production de smartphones en 20 mois.

La fonction capacité de production de cette usine est modélisée sur l'intervalle [0; 20] par la fonction f étudiée dans les parties A et B.

Le nombre x représente le temps en mois après la décision de la fermeture du site et le nombre $f(x)$ représente capacité production de smartphone au moment x.

Utiliser les résultats de la partie B afin de répondre aux questions suivantes :

6. Combien de smartphones pouvaient être produit à la fermeture de l'usine ?
7. Pendant combien de temps la capacité de production de l'usine a réussi à se maintenir au dessus de 3 000 ?
8. Combien de smartphones ont pu être produit entre la prise de décision et la fermeture de l'usine ?

Annexe

Nom-prénom :