

4 Point de vue intégrale de la loi uniforme

Rappels

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[a; b]$. Alors pour tout nombre c et d de l'intervalle $[a; b]$ tels que $c \leq d$ on a

$$P(c \leq X \leq d) = \frac{d - c}{b - a}$$

Ce calcul est justifié par le rapport entre la longueur du segment où X peut prendre ses valeurs (segment $[AB]$) et la longueur du segment des valeurs "intéressantes" (segment $[CD]$).

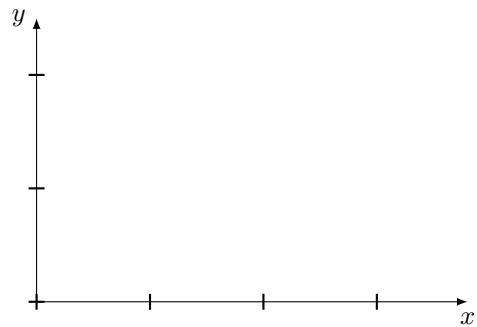
Un autre point de vue

On peut associer à X une fonction f constante sur $[a; b]$ telle que

$$f(x) = \frac{1}{b - a}$$

Alors le calcul de probabilité vu plus haut peut s'interpréter comme le calcul d'une aire sous la courbe et donc d'une intégrale :

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d f(x) dx = \frac{1}{b - a} \times (d - c)$$



Définition

Cette fonction f est appelée la **fonction densité de X** et doit vérifier

$$\int_a^b f(x) dx = 1$$

Ce qui s'interprète comme la probabilité d'avoir un nombre compris entre a et b doit être égal à 1.