Exercice 1 — Technique

1. Résoudre les équations différentielles suivantes.

   (a) $y' = 2y$ | (b) $y' = -5y$ | (c) $2y' = y$

2. Résoudre les équations différentielles et fixer la constante.

   (a) $y' = 2y$ et $y(0) = 5$ | (b) $y' = -0,1y$ et $y(1) = 5$ | (c) $y' + 2y = 0$ et $y(0) = -1$

Exercice 2 — Décharge d'un condensateur

On connecte en série, un condensateur C chargé à une tension $u_0 = 10V$ à un résistance R. On s'intéresse à l'évolution de la tension en fonction du temps aux bornes du condensateur notée $u(t)$.

La modélisation physique mène à l'équation différentielle suivante

$$RC \times u'(t) = -u(t)$$

Le condensateur a une capacité de $C = 15 \times 10^{-5}$ farads. La résistance a pour valeur $R = 2 \times 10^{-2}\Omega$.

1. (a) Résoudre l'équation différentielle.
   (b) Déterminer la solution, $u(t)$, qui vérifie les conditions initiales $u(0) = 10V$.
2. Tracer l'allure de $u(t)$ et conjecturer la limite.
3. Déterminer t_1 tel que
$$u(t) \leq 0.5u(0)$$
4. Déterminer le temps t_2 qu'à mis le condensateur à se décharger à 10% de la tension initiale.

Exercice 3 — Moisissures

Les moisissures ont un mode de reproduction qui fait que l'augmentation de la population est proportionnelle à la population (autrement dit, plus il y a de moisissures plus sa population augmente vite).

On note P la fonction qui modélise la taille de la population (en gramme) et $\dfrac{dP}{dt}$ la vitesse d'augmentation de la population. Ces 2 grandeurs sont promotionnelles, donc il existe α tel que

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P(t)$$

où t est en heure.

Une étude en laboratoire a débuté avec 2,4g de moisissure et a mesuré au bout de 20h 24g.

1. Comment se notent ces quantités avec les notations de l'exercice ?
2. Résoudre l'équation différentielle.
3. Déterminer α puis la constante de la solution de l'équation à partir des données de l'étude.
4. En combien de temps, la population de moisissure aura dépassé 1kg ?