Exercice 1 — Technique

Calculer la valeur exacte de chaque somme puis donner une valeur approchée au centième.

1. $1+4+4^2+4^3+\cdots+4^6$
2. $1+0.1+0.1^2+0.1^3+\cdots+0.1^9$
3. $1+0.2+0.2^2+0.2^3+\cdots+0.2^7$
4. $1+\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{1}{3}\right)^3+\cdots+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{10}$
5. $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^6}$

Exercice 2 — Bilan financier

Au premier janvier 2020, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois 8% des adhérents ne renouvellent pas leur licence.

1. Modéliser la situation par une suite dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques.
2. Chaque adhérent verse une cotisation de 5€par mois. On souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2020.
   (a) Modéliser le calcul du montant total des cotisations avec une somme puis la calculer.
   (b) Il est possible de faire aussi ce calcul avec l'algorithme ci-contre. Le compléter puis l'exécuter.

$u \leftarrow 900$;
$S \leftarrow 0$;
pour n *allant de* 0 *à* $\cdots$ **faire**
  $u \leftarrow \cdots$;
  $S \leftarrow \cdots$;
fin
Sorties : S

Exercice 1 — Technique

Calculer la valeur exacte de chaque somme puis donner une valeur approchée au centième.

1. $1+4+4^2+4^3+\cdots+4^6$
2. $1+0.1+0.1^2+0.1^3+\cdots+0.1^9$
3. $1+0.2+0.2^2+0.2^3+\cdots+0.2^7$
4. $1+\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{1}{3}\right)^3+\cdots+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{10}$
5. $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^6}$

Exercice 2 — Bilan financier

Au premier janvier 2020, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois 8% des adhérents ne renouvellent pas leur licence.

1. Modéliser la situation par une suite dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques.
2. Chaque adhérent verse une cotisation de 5€par mois. On souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2020.
   (a) Modéliser le calcul du montant total des cotisations avec une somme puis la calculer.
   (b) Il est possible de faire aussi ce calcul avec l'algorithme ci-contre. Le compléter puis l'exécuter.

$u \leftarrow 900$;
$S \leftarrow 0$;
pour n *allant de* 0 *à* $\cdots$ **faire**
  $u \leftarrow \cdots$;
  $S \leftarrow \cdots$;
fin
Sorties : S

Exercice 1 — Technique

Calculer la valeur exacte de chaque somme puis donner une valeur approchée au centième.

1. $1+4+4^2+4^3+\cdots+4^6$
2. $1+0.1+0.1^2+0.1^3+\cdots+0.1^9$
3. $1+0.2+0.2^2+0.2^3+\cdots+0.2^7$
4. $1+\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{1}{3}\right)^3+\cdots+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{10}$
5. $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^6}$

Exercice 2 — Bilan financier

Au premier janvier 2020, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois 8% des adhérents ne renouvellent pas leur licence.

1. Modéliser la situation par une suite dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques.
2. Chaque adhérent verse une cotisation de 5€par mois. On souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2020.
   (a) Modéliser le calcul du montant total des cotisations avec une somme puis la calculer.
   (b) Il est possible de faire aussi ce calcul avec l'algorithme ci-contre. Le compléter puis l'exécuter.

$u \leftarrow 900$;
$S \leftarrow 0$;
pour n *allant de* 0 *à* $\cdots$ **faire**
  $u \leftarrow \cdots$;
  $S \leftarrow \cdots$;
fin
Sorties : S

Exercice 3 — Démonstration

Dans cet exercice, on va chercher à démontrer la formule $1+q+q^2+\cdots q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour tout $q \in \mathbb{R}+$. Pour cela, on note $S = 1+q+q^2+\cdots+q^n$

1. Démontrer que $S - qS = 1 - q^{n+1}$.
2. En déduire que $S = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Exercice 4 — Limite de la somme

Dans cet exercice, on va chercher à déterminer la limite de la somme $S_n = 1+q+q^2+\cdots+q^n$.

1. On suppose que $q \in]0\,;1[$. Démontrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = \dfrac{1}{1-q}$
2. Une lièvre, lors de la course contre la tortue, avance de la façon suivante. Il fait la moitié de la course en 10minutes, puis la moitié de ce qui lui reste en 10minutes, puis la moitié, etc. Va-t-il réussir à terminer la course ?
3. On suppose que $q > 1$. Démontrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$

Exercice 3 — Démonstration

Dans cet exercice, on va chercher à démontrer la formule $1+q+q^2+\cdots q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour tout $q \in \mathbb{R}+$. Pour cela, on note $S = 1+q+q^2+\cdots+q^n$

1. Démontrer que $S - qS = 1 - q^{n+1}$.
2. En déduire que $S = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Exercice 4 — Limite de la somme

Dans cet exercice, on va chercher à déterminer la limite de la somme $S_n = 1+q+q^2+\cdots+q^n$.

1. On suppose que $q \in]0\,;1[$. Démontrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = \dfrac{1}{1-q}$
2. Une lièvre, lors de la course contre la tortue, avance de la façon suivante. Il fait la moitié de la course en 10minutes, puis la moitié de ce qui lui reste en 10minutes, puis la moitié, etc. Va-t-il réussir à terminer la course ?
3. On suppose que $q > 1$. Démontrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$

Exercice 3 — Démonstration

Dans cet exercice, on va chercher à démontrer la formule $1+q+q^2+\cdots q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour tout $q \in \mathbb{R}+$. Pour cela, on note $S = 1+q+q^2+\cdots+q^n$

1. Démontrer que $S - qS = 1 - q^{n+1}$.
2. En déduire que $S = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Exercice 4 — Limite de la somme

Dans cet exercice, on va chercher à déterminer la limite de la somme $S_n = 1+q+q^2+\cdots+q^n$.

1. On suppose que $q \in]0\,;1[$. Démontrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = \dfrac{1}{1-q}$
2. Une lièvre, lors de la course contre la tortue, avance de la façon suivante. Il fait la moitié de la course en 10minutes, puis la moitié de ce qui lui reste en 10minutes, puis la moitié, etc. Va-t-il réussir à terminer la course ?
3. On suppose que $q > 1$. Démontrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$