

Exercice 1

Dériver les fonctions

1. $f(x) = x - 2 - \ln(x)$

2. $f(x) = 2x^2 - 2x + 4\ln(x)$

3. $f(x) = x \ln(x)$

4. $f(x) = (x + 1) \ln(x)$

5. $f(x) = (\ln(x) + 1)^2$

6. $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$

Exercice 2

Variations

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée, la mettre sur un seul dénominateur, étudier son signe et en déduire les variations de la fonction initiale.

1. $f(x) = 2x - 3 - 4\ln(x)$ sur $I = \mathbb{R}^{+*}$

2. $g(x) = x^2 - 3x + 2 + 3\ln(x)$ sur $I = \mathbb{R}^{+*}$

Exercice 3

Fonction annexe

On souhaite étudier les variations de la fonction

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} - x + 2 \text{ sur } \mathbb{R}^{+*}$$

1. (a) Démontrer que $f(x) = \frac{\ln(x) - x^2 + 2x}{x}$.

(b) Démontrer que la dérivée de f peut s'écrire

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \quad \text{avec} \quad g(x) = 1 - \ln(x) - x^2$$

2. Étude du signe de la fonction g

(a) Calculer $g'(x)$, étudier son signe puis en déduire les variations de g sur \mathbb{R}^{+*} .

(b) Calculer $g(1)$ puis en déduire le tableau de signe de g .

3. Tracer le tableau de variation de f puis par lecture graphique compléter les limites.

Exercice 1

Dériver les fonctions

1. $f(x) = x - 2 - \ln(x)$

2. $f(x) = 2x^2 - 2x + 4\ln(x)$

3. $f(x) = x \ln(x)$

4. $f(x) = (x + 1) \ln(x)$

5. $f(x) = (\ln(x) + 1)^2$

6. $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$

Exercice 2

Variations

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée, la mettre sur un seul dénominateur, étudier son signe et en déduire les variations de la fonction initiale.

1. $f(x) = 2x - 3 - 4\ln(x)$ sur $I = \mathbb{R}^{+*}$

2. $g(x) = x^2 - 3x + 2 + 3\ln(x)$ sur $I = \mathbb{R}^{+*}$

Exercice 3

Fonction annexe

On souhaite étudier les variations de la fonction

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} - x + 2 \text{ sur } \mathbb{R}^{+*}$$

1. (a) Démontrer que $f(x) = \frac{\ln(x) - x^2 + 2x}{x}$.

(b) Démontrer que la dérivée de f peut s'écrire

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \quad \text{avec} \quad g(x) = 1 - \ln(x) - x^2$$

2. Étude du signe de la fonction g

(a) Calculer $g'(x)$, étudier son signe puis en déduire les variations de g sur \mathbb{R}^{+*} .

(b) Calculer $g(1)$ puis en déduire le tableau de signe de g .

3. Tracer le tableau de variation de f puis par lecture graphique compléter les limites.