DS 5

Terminale STI2D – 21 janvier 2020

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction, aux explications et à l'utilisation des notations mathématiques.

Exercice 1 — Therminstance(/5)

Une thermistance est un composant électronique dont la résistance varie en fonction de la température et qui est utilisé, entre autres, comme capteur de température.

Afin d'alerter les utilisateurs de cas de surchauffe, on munit les batteries de thermistances.

Un constructeur de thermistances indique que la valeur R, exprimée en Ohm (Ω), de la résistance de celle-ci est donnée, pour des températures θ, exprimées en degré Celsius (°C) et comprises entre 0 °C et 120 °C, par :

$$R = -0,04\theta^3 + 7,2\theta^2 - 240\theta + 3\,000.$$

On considère la fonction g définie sur $[0\,;120]$ par :

$$g(x) = -0,04x^3 + 7,2x^2 - 240x + 3\,000.$$

1. (a) Calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g.
   (b) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de g sur $[0\,;120]$.
   (c) En déduire la résistance maximale et la température pour laquelle elle est atteinte.
2. Un message d'alerte apparaît sur l'ordinateur de bord du véhicule lorsque la résistance atteint 5 000 Ω, ce qui signifie que la batterie est trop chaude.
   On cherche la température correspondant à cette valeur.
   (a) À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement, à un degré près, de la température cherchée.
   (b) On considère l'algorithme suivant :

   $x \leftarrow 20$
   $y \leftarrow 760$
   Tant que $y < \dots$
       $x \leftarrow x + 1$
       $y \leftarrow \dots$
   Fin Tant que

   Recopier et compléter l'algorithme pour qu'à la fin de son exécution, la variable x contienne la température cherchée.

Exercice 2 Voitures éléctriques(/10)

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\,;4[$ par :

$$f(x) = 10x + \ln(4-x) - \ln 4.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

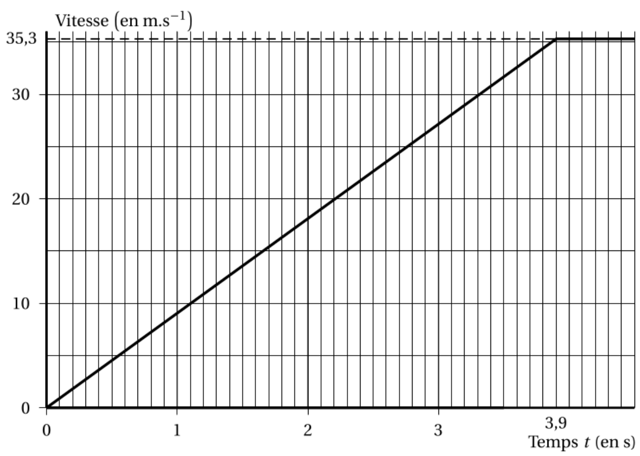
1. Calculer $f(0)$.
2. (a) Tracer l'allure de la courbe représentative de f sur $[0\,;4[$ et conjecturer la valeur de $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$.
   (b) En déduire que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote dont on précisera une équation.
3. (a) On appelle f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;4[$.
   Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;4[$, on a : $f'(x) = \dfrac{39-10x}{4-x}$.
   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;4[$.
   (c) Justifier que la fonction f atteint un maximum en 3,9.
   Donner une valeur approchée au dixième de ce maximum.

Partie B

Un constructeur de voitures électriques affirme que ses modèles peuvent atteindre la vitesse de 100 km.h^{-1} en moins de 3 secondes. Pour vérifier cette affirmation, des journalistes ont testé une de ces voitures en réalisant l'essai suivant :

- dans un premier temps, augmentation de la vitesse de 0 à $35,3$ m.s^{-1} (soit environ 127 km.h^{-1}) en $3,9$ s ;
- dans un deuxième temps, stabilisation de la vitesse à $35,3$ m.s^{-1}.

L'évolution de la vitesse en fonction du temps est représentée par le graphique ci-dessous :



Durant la phase d'accélération, la vitesse de la voiture est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A et définie par :

$$f(t) = 10t + \ln(4-t) - \ln 4 \quad \text{avec } t \in [0\,;\,3,9]$$

où t est exprimé en seconde et $f(t)$ est exprimée en m.s^{-1}.

1. (a) Calculer $f(3)$.
   (b) L'affirmation du constructeur est-elle vérifiée ?
2. La distance D, exprimée en mètre, parcourue durant la phase d'accélération est donnée par la formule : $D = \displaystyle\int_0^{3,9} f(t)\,\mathrm{d}t$.
   (a) On considère la fonction F définie sur $[0\,;3,9]$ par :
   $$F(t) = 5t^2 - t + (t-4)[\ln(4-t) - \ln 4].$$
   Montrer que la fonction F est une primitive de f.
   (b) Calculer la distance D arrondie au dixième.