Logarithme Népérien - Cours

– mars 2021

1 Définitions

Il existe une infinité de logarithmes. En tronc commun vous avez étudié le logarithme décimal. En spécialité sti2d, nous étudions le logarithme **népérien**.

Définition Logarithme népérien

Pour tout nombre réel $a > 0$, il existe un unique nombre b tel que $\mathrm{e}^{b} = a$.

b est appelé **logarithme népérien** de a et est noté $\ln(a)$. On peut alors noter

$$e^b = a \qquad \Leftrightarrow \qquad b = \ln(a)$$

Propriété

- Soit a un nombre réel alors $\ln(\mathrm{e}^{a}) = a$.
- Soit a un nombre réel strictement positif alors $\mathrm{e}^{\ln(a)} = a$.
- Valeurs particulières

$$\ln(1) = 0 \qquad \ln(\mathrm{e}) = 1$$

Exemples

- Résolution de l'équation $e^{2x-1} = 2$
- Résolution de l'équation $\ln(2x+1) = -2$

À faire au crayon à papier : Résoudre ces équations

2 Relations fonctionnelles

Propriété

Relations fonctionnelles Soient a et b deux nombres réels strictement positifs et n un entier naturel.

$$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$
$$\log(a^n) = n\log(a)$$
$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$
$$\log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log(a)$$

Exemple Soit $f(x) = 10 + 2\ln\left(\frac{5}{4\times x}\right)$. Montrons que l'on peut écrire

$$f(x) = 10 + 2\ln(1,25) - 2\ln(x)$$

À faire au crayon à papier : Démontrer l'égalité