DS 9

Terminale STIED – 17 mai 2021

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 — Automatismes(/6)

Dans cet exercices toutes les questions sont indépendantes et peuvent être traitées séparément. Chaque réponse doit être expliquée et les calculs détaillés.

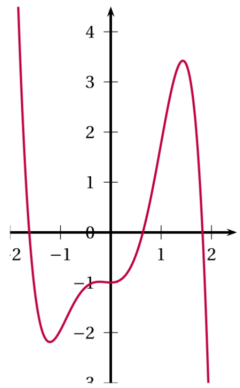
1. Résoudre l'équation différentielle
$$y' = 5y + 2$$
2. Résoudre l'équation différentielle
$$\frac{df}{dx} = 2x^4 + \cos(x)$$
3. Soit $f(t) = Ke^{-0.2t} + 5$. On sait que $f(5) = 100$. Déterminer la valeur de K.
4. Démontrer que $\ln(x^2) + \ln(\frac{1}{x}) - \ln(2) = \ln(\frac{x}{2})$
5. Résoudre l'équation suivante
$$5\ln(x+1) + 2 = 7$$

Exercice 2 — Étude de fonction(/7)

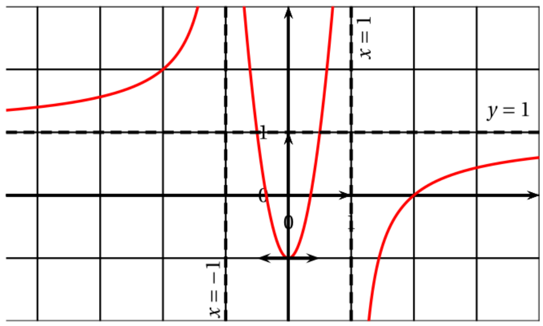
Dans cet exercices toutes les questions sont indépendantes et peuvent être traitées séparément. Chaque réponse doit être expliquée et les calculs détaillés.

1. On considère les deux fonctions suivantes

Fonction $f(x)$



Fonction $g(x)$



Trouver graphiquement les quantités suivantes

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ (d) $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} g(x)$

2. Calculer les quantités suivantes en expliquant votre raisonnement.

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^2 - 4x + 1$

(b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 10x^3 - 100x - 10$

(c) $\lim\limits_{x\to+\infty} -5x^2 + x + 1$

(d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2 - 4x + 1}{x^3 + 1}$

Exercice 3 — Étude de fonction(/7)

On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty]$ par $f(x) = x^2 - 4x - 70\ln(x)$

1. Démontrer que la dérivée de f est $f'(x) = \frac{2x^2-4x-70}{x}$.
2. Étude du numérateur de $f'(x)$: $N(x) = 2x^2 - 4x - 70$
   (a) Démontrer que $x = 5$ et $x = -7$ sont deux racines de $N(x)$.
   (b) Proposer une forme factorisée de $f'(x)$.
3. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.
4. Tracer à la calculatrice l'allure de la courbe représentative de f.
5. En déduire graphiquement les quantités suivantes puis compléter le tableur de variations.

$$\lim_{x\to0} f(x) = \qquad\qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) =$$