

Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres.

Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f , exprimée en Hertz (Hz). Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes z_R .

Dans tout l'exercice, on suppose que $z_R = 10$ et $z_C = -\frac{1000\sqrt{3}}{f}i$, où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Partie A : Effet du filtre sur un son grave

On choisit un son grave de fréquence $f = 100$.

1. Montrer que $z_C = -10\sqrt{3}i$.
2. (a) Déterminer la forme exponentielle de z_C .
(b) On considère le nombre complexe $Z = z_R + z_C$. On a donc $Z = 10 - 10\sqrt{3}i$.
Déterminer la forme exponentielle de Z .
(c) On considère le nombre complexe z_G défini par : $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$.

Montrer que $z_G = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

- (d) Le module du nombre complexe z_G est appelé gain du filtre.
Donner la valeur exacte du gain du filtre puis une valeur approchée au centième.

Partie B : Effet du filtre sur un son aigu

On choisit un son aigu de fréquence $f = 1000\sqrt{3}$.

1. Montrer que le nombre complexe z_G défini par $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$ est égal à $\frac{-i}{10 - i}$.
2. Déterminer la forme algébrique de z_G .
3. Calculer la valeur exacte du gain du filtre $|z_G|$ et en donner une valeur approchée au centième.

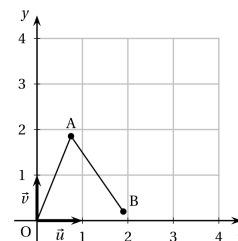
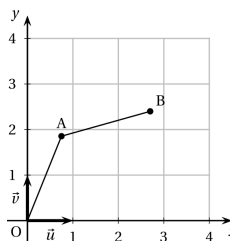
Exercice 2

Bras articulé

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, le bras articulé d'un robot, fixé au point O , est représenté par deux segments $[OA]$ et $[AB]$, chacun de longueur 2 unités.

Deux exemples de position du bras articulé sont donnés ci-dessous à titre indicatif.

1. (a) Tracer sur la copie un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
Placer le point A d'affixe $z_A = 2i$ puis construire l'extrémité B du bras articulé lorsque son affixe z_B a pour argument $\frac{\pi}{4}$.
(b) Donner l'affixe du point B sous forme algébrique et sous forme exponentielle.



2. L'extrémité B du bras peut-elle atteindre un objet qui se trouve à une distance de 4,5 unités du point O ?
3. Pour soulever un objet lourd dont le point d'accroche est le point C (voir figure ci-contre), il faut rigidifier l'articulation en A . On décide alors de bloquer l'angle (\vec{AO}, \vec{AB}) tel qu'une mesure de cet angle soit constamment égale à $\frac{\pi}{2}$ radians.

- (a) Déterminer la longueur OB .
- (b) Le point C a pour affixe $z_C = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.
Justifier que l'extrémité B du bras articulé pourra atteindre le point d'accroche C de l'objet.
- (c) Lorsque le bras articulé saisit l'objet, les points B et C sont confondus.
Calculer la mesure de l'angle que forme alors le bras $[OA]$ avec l'axe $[Ox]$.

