

Exercice 1

Manipulations techniques

1. Mettre sous la forme $a \times e^b$

$$(a) A = e^2 \times e^{-3} \times e^5$$

$$(b) B = e^3 + 5e^3$$

$$(c) C = (e^2)^5 \times e^{-3}$$

$$(d) D = e^4 - (3e^2)^2$$

$$(e) E = \frac{e^3}{e^6}$$

$$(f) F = e^{10} + 3(e^2)^5$$

2. Réduire les expressions

$$(a) A = e^{2x} \times e^{2-x}$$

$$(b) B = \frac{e^{3x+1}}{e^{2x}}$$

$$(c) C = \frac{e^{3x} \times e^{x-1}}{e^{2+x}}$$

$$(d) D = (1 + e^x)(e^x - 1)$$

$$(e) E = e^{-x}(e^x - 1)$$

$$(f) F = (e^x + 1)^2$$

3. Factoriser

$$(a) A = x^2e^x + 2e^x$$

$$(b) B = e^{-0.1x} + (x + 2)e^{-0.1x}$$

$$(c) C = (x - 1)e^{0.2x} - (x + 3)e^{0.2x}$$

4. Résoudre les équations et inéquations

$$(a) e^{2x+1} = e^x$$

$$(b) e^{3-2x} \leq e^{3x}$$

$$(c) e^{2x+1} = e$$

$$(d) e^{-x} - 1 \geq 0$$

$$(e) e^x(e^x - 1) = 0$$

$$(f) (x^2 + x - 2)(e^x - 1) = 0$$

Exercice 2

Étude de fonctions

Calculer la dérivée, étudier son signe et en déduire les variations de la fonction initiale.

$$1. f(x) = e^{-3x}, I = \mathbb{R}$$

$$2. g(x) = 100e^{-0.5x+1}, I = \mathbb{R}$$

$$3. h(x) = e^{-x^2}, I = \mathbb{R}$$

Exercice 3

Décroissance radioactive

La loi de décroissance radioactive est décrite par la formule suivant où t représente le temps en s , $N(t)$ la quantité d'éléments radioactifs et τ le temps de demi-vie en s^{-1} : $N(t) = N_0 \times e^{-\frac{t}{\tau}}$

On fixe $\tau = 2$.

1. Quel est la valeur de N_0 si N vaut 15 après 90s ?
2. Calculer $N'(t)$ la dérivée de $N(t)$.
3. Étudier le signe de $N'(t)$ et en déduire les variations de $N(t)$.
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de $N(t)$.
5. Que peut-on dire de la quantité d'éléments radioactifs après un long moment ?

Exercice 4

Charge d'une batterie

On souhaite charger une batterie de 22kWh. Le profil de charge est décrit par le fonction $c(t) = 22 - 22e^{-0.55t}$ où t décrit le temps en heure.

1. Calculer et interpréter $c(0)$.
2. Calculer $C'(t)$ la dérivée de $C(t)$.
3. Étudier le signe de $C'(t)$ et en déduire les variations de $C(t)$.
4. Tracer l'allure de la représentation graphique de $C(t)$.
5. Est-il possible de charger entièrement la batterie ?