Exercice 1 — Représentation graphique de $\ln$

1. Tracer l'allure de la courbe représentative du logarithme.
2. Repérer les éléments remarquables de cette représentation graphique.
3. Tracer le tableau de signe de $\ln$.
4. Tracer le tableau de variation de $\ln$.

Exercice 2 — Dériver les fonctions

Dériver les fonctions suivantes puis mettre sous une forme pratique pour l'étude de signe.

1. $f(x) = x - 2 - \ln(x)$
2. $f(x) = 2x^2 - 2x + 4\ln(x)$
3. $f(x) = x\ln(x)$
4. $f(x) = (x+1)\ln(x)$
5. $f(x) = (\ln(x)+1)^2$
6. (*) $f(x) = \frac{1+\ln(x)}{x}$

Exercice 3 — Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[1\,;11]$ par

$$f(x) = -0.5x^2 + 2x + 15\ln(x)$$

1. Démontrer que la dérivée de f est
$$f'(x) = \frac{-x^2+2x+15}{x}$$
2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, α, sur $[1\,;11]$.
4. Donner une valeur approchée de α.
5. En déduire le tableau de signe de f.

Exercice 4 — Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1+\ln(x)}{x}$$

1. Démontrer que la dérivée de f est
$$f'(x) = \frac{-\ln(x)}{x^2}$$
2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.
3. Déterminer le minimum de la fonction f.
4. En déduire le tableau de signe de f.