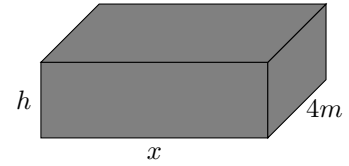


Exercice 1

Optimisation de matière

On se propose de fabriquer avec le moins de tôle possible une citerne fermée en forme de parallélépipède rectangle dont le volume intérieur doit être de $24m^3$. La longueur est aussi fixée à $4m$ par le cahier des charges. On peut donc faire varier uniquement la largeur (notée x) et la hauteur (notée h) de la cuve.



1. Expliquer pourquoi quand la largeur x change, la hauteur h doit elle aussi changer pour respecter les contraintes.
2. Démontrer que l'on doit avoir $h = \frac{6}{x}$.
3. On note $S(x)$ l'aire totale de la citerne (c'est à dire la somme des aires des six faces). Montrer que l'on peut écrire

$$S(x) = 8x + 12 + \frac{48}{x}$$

4. Démontrer que

$$S(x) = \frac{8x^2 + 12x + 48}{x}$$

5. Démontrer que

$$S'(x) = \frac{8x^2 - 48}{x^2}$$

6. En déduire le tableau de variation de $S(x)$ sur $]0 ; 10]$.
7. Déterminer les valeurs de x et h correspondant à une utilisation minimal de tôle.