Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.19.

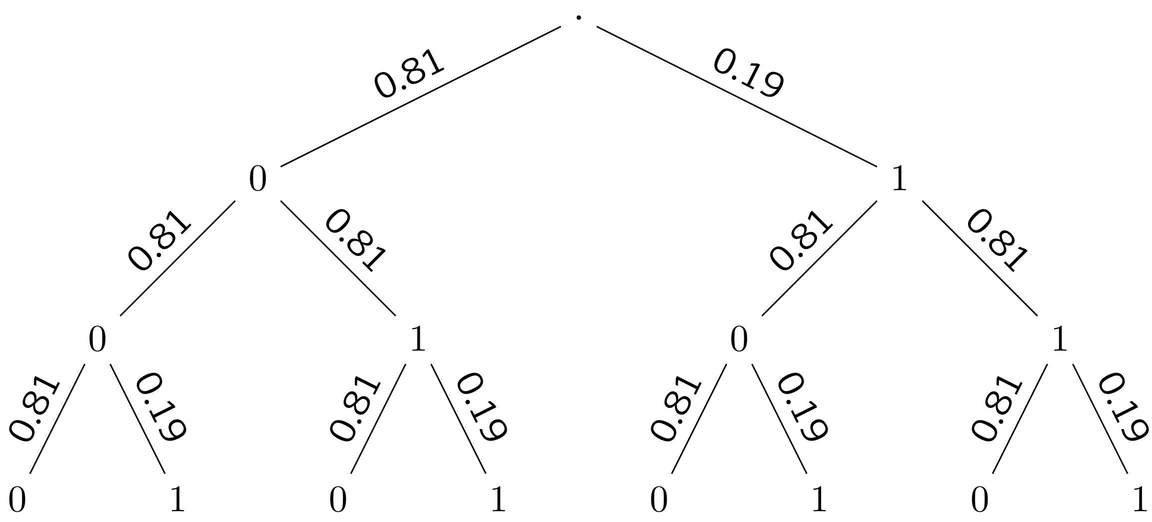
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.19^1 \times 0.81^2 \approx 0.374$$

4.
$$P(X=0) = 0.81^3 \approx 0.531$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.19^2 \times 0.81^1 + 0.19^3 \approx 0.095$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.531	0.374	0.088	0.007

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.531 + 1 \times 0.374 + 2 \times 0.088 + 3 \times 0.007 = 0.57$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.57 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 7$
2. $3^x = 35$
3. $0.8^x \leq 2$
4. $4 \times 0.06^x = 49$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(7)$
2. $x = \frac{\log(35)}{\log(3)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(2)}{\log(0.8)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 4 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(12.25)}{\log(0.06)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 5x^3 - 202.5x^2 - 2970x + 24$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(33)$ et $f'(-6)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 15x^2 - 405x - 2970$
2.

$$\begin{aligned} f'(33) &= 15 \times 33^2 - 405 \times 33 - 2970 \\ &= 15 \times 1089 - 13365 - 2970 \\ &= 16335 - 16335 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-6) &= 15 \times -6^2 - 405(-6) - 2970 \\ &= 15 \times 36 + 2430 - 2970 \\ &= 540 - 540 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 33$ et $x = -6$ sont des racines de $f'(x) = 15x^2 - 405x - 2970$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 15(x - 33)(x - -6)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 BELARBI Samira

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.58.

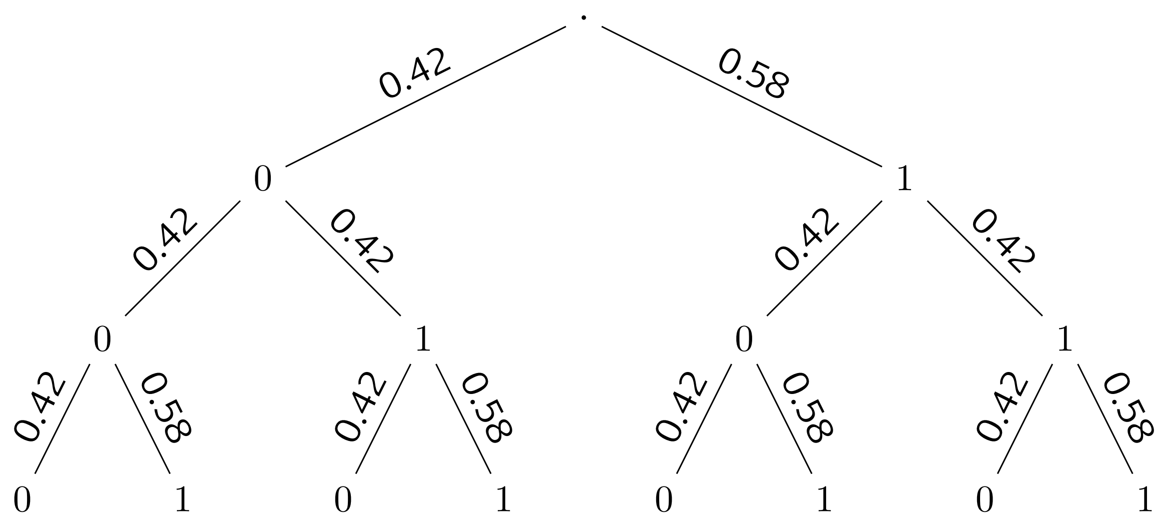
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.58^1 \times 0.42^2 \approx 0.307$$

4.
$$P(X=0) = 0.42^3 \approx 0.074$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.58^2 \times 0.42^1 + 0.58^3 \approx 0.619$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.074	0.307	0.424	0.195

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.074 + 1 \times 0.307 + 2 \times 0.424 + 3 \times 0.195 = 1.74$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 1.74 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 6$
2. $10^x = 31$
3. $0.32^x \leq 15$
4. $5 \times 0.06^x = 9$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(6)$
2. $x = \frac{\log(31)}{\log(10)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité.
$x \geq \frac{\log(15)}{\log(0.32)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 5 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
$x = \frac{\log(1.8)}{\log(0.06)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -4x^3 + 126x^2 + 2784x - 17$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(29)$ et $f'(-8)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -12x^2 + 252x + 2784$
2.

$$\begin{aligned} f'(29) &= -12 \times 29^2 + 252 \times 29 + 2784 \\ &= -12 \times 841 + 7308 + 2784 \\ &= -10092 + 10092 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-8) &= -12 \times -8^2 + 252(-8) + 2784 \\ &= -12 \times 64 - 2016 + 2784 \\ &= -768 + 768 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 29$ et $x = -8$ sont des racines de $f'(x) = -12x^2 + 252x + 2784$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -12(x - 29)(x - -8)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.04.

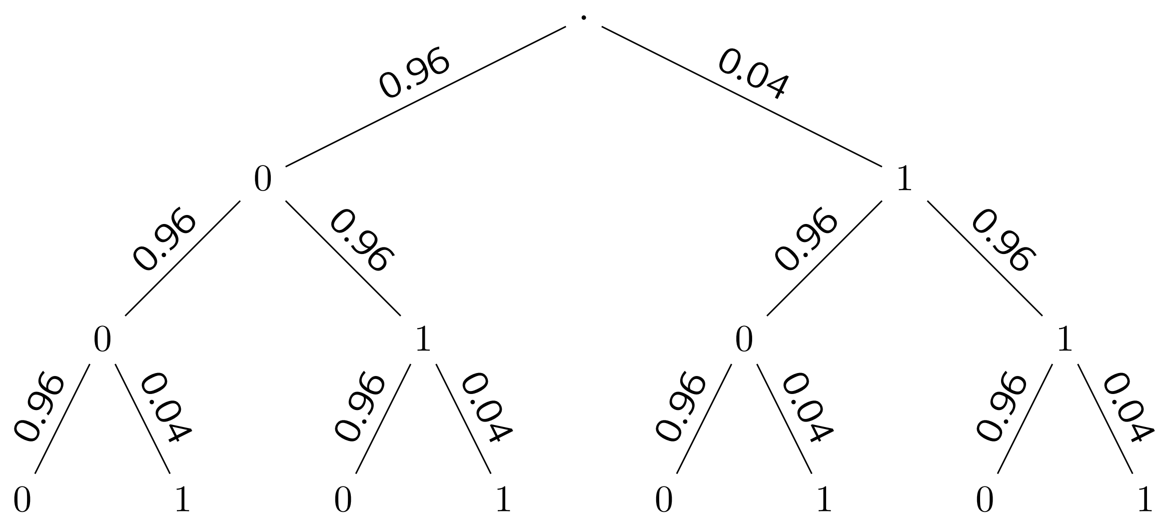
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.04^1 \times 0.96^2 \approx 0.111$$

4. $$P(X=0) = 0.96^3 \approx 0.885$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.04^2 \times 0.96^1 + 0.04^3 \approx 0.005$$
5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.885	0.111	0.005	0.0

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.885 + 1 \times 0.111 + 2 \times 0.005 + 3 \times 0.0 = 0.12$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.12 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 14$
2. $11^x = 35$
3. $0.05^x \leq 24$
4. $4 \times 0.92^x = 47$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(14)$
2. $x = \frac{\log(35)}{\log(11)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(24)}{\log(0.05)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 4 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(11.75)}{\log(0.92)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 4x^3 - 306x^2 + 4128x + 39$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(43)$ et $f'(8)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 12x^2 - 612x + 4128$
2.

$$\begin{aligned} f'(43) &= 12 \times 43^2 - 612 \times 43 + 4128 \\ &= 12 \times 1849 - 26316 + 4128 \\ &= 22188 - 22188 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(8) &= 12 \times 8^2 - 612 \times 8 + 4128 \\ &= 12 \times 64 - 4896 + 4128 \\ &= 768 - 768 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 43$ et $x = 8$ sont des racines de $f'(x) = 12x^2 - 612x + 4128$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 12(x - 43)(x - 8)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 BOUALIA Bilel

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.68.

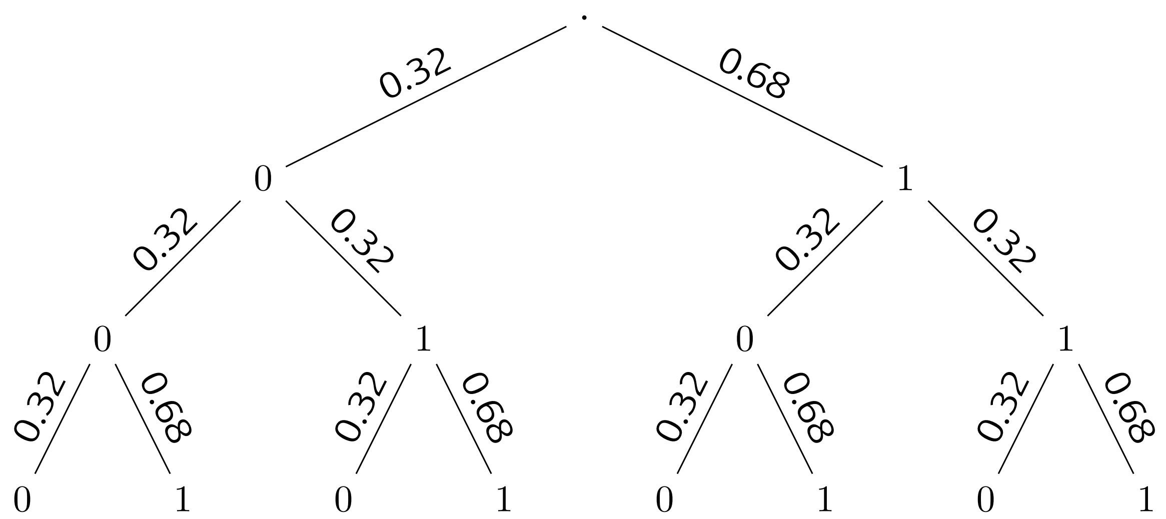
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.68^1 \times 0.32^2 \approx 0.209$$

4.
$$P(X=0) = 0.32^3 \approx 0.033$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.68^2 \times 0.32^1 + 0.68^3 \approx 0.758$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.033	0.209	0.444	0.314

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.033 + 1 \times 0.209 + 2 \times 0.444 + 3 \times 0.314 = 2.04$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 2.04 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 45$
2. $10^x = 5$
3. $0.69^x \leq 42$
4. $4 \times 0.04^x = 21$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(45)$
2. $x = \frac{\log(5)}{\log(10)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(42)}{\log(0.69)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 4 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(5.25)}{\log(0.04)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 10x^3 - 645x^2 - 7200x - 16$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(48)$ et $f'(-5)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 30x^2 - 1290x - 7200$
2.

$$\begin{aligned} f'(48) &= 30 \times 48^2 - 1290 \times 48 - 7200 \\ &= 30 \times 2304 - 61920 - 7200 \\ &= 69120 - 69120 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-5) &= 30 \times -5^2 - 1290(-5) - 7200 \\ &= 30 \times 25 + 6450 - 7200 \\ &= 750 - 750 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 48$ et $x = -5$ sont des racines de $f'(x) = 30x^2 - 1290x - 7200$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 30(x - 48)(x - -5)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 BOUCHOUX Kevin

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.7.

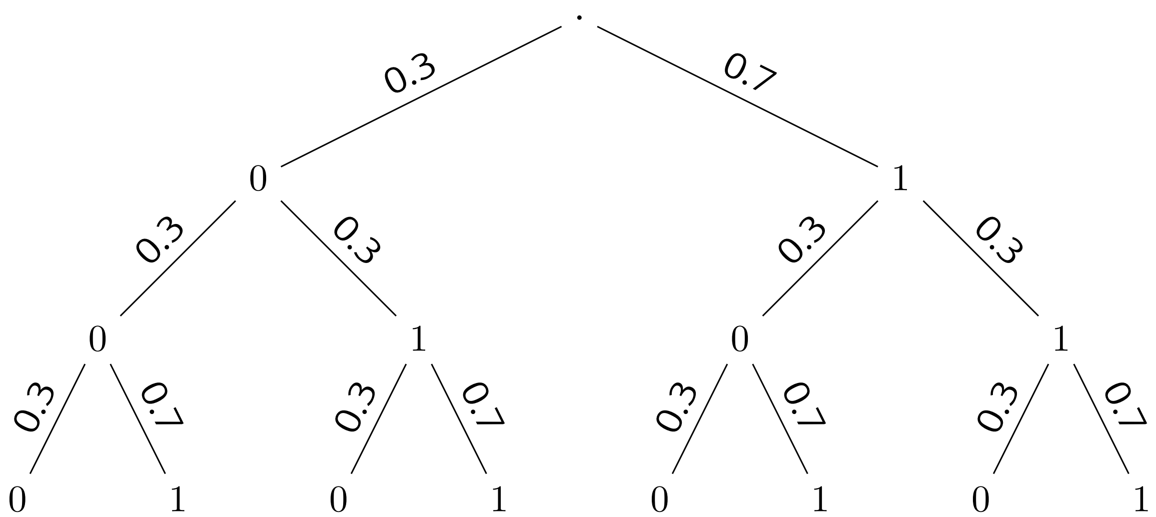
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.7^1 \times 0.3^2 \approx 0.189$$

4.

$$P(X=0) = 0.3^3 \approx 0.027$$

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.7^2 \times 0.3^1 + 0.7^3 \approx 0.784$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.027	0.189	0.441	0.343

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.027 + 1 \times 0.189 + 2 \times 0.441 + 3 \times 0.343 = 2.1$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 2.1 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 4$
2. $7^x = 14$
3. $0.44^x \leq 29$
4. $6 \times 0.27^x = 10$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(4)$
2. $x = \frac{\log(14)}{\log(7)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(29)}{\log(0.44)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 6 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(1.67)}{\log(0.27)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 10x^3 - 840x^2 + 18450x - 1$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(41)$ et $f'(15)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 30x^2 - 1680x + 18450$
2.

$$\begin{aligned} f'(41) &= 30 \times 41^2 - 1680 \times 41 + 18450 \\ &= 30 \times 1681 - 68880 + 18450 \\ &= 50430 - 50430 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(15) &= 30 \times 15^2 - 1680 \times 15 + 18450 \\ &= 30 \times 225 - 25200 + 18450 \\ &= 6750 - 6750 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 41$ et $x = 15$ sont des racines de $f'(x) = 30x^2 - 1680x + 18450$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 30(x - 41)(x - 15)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.37.

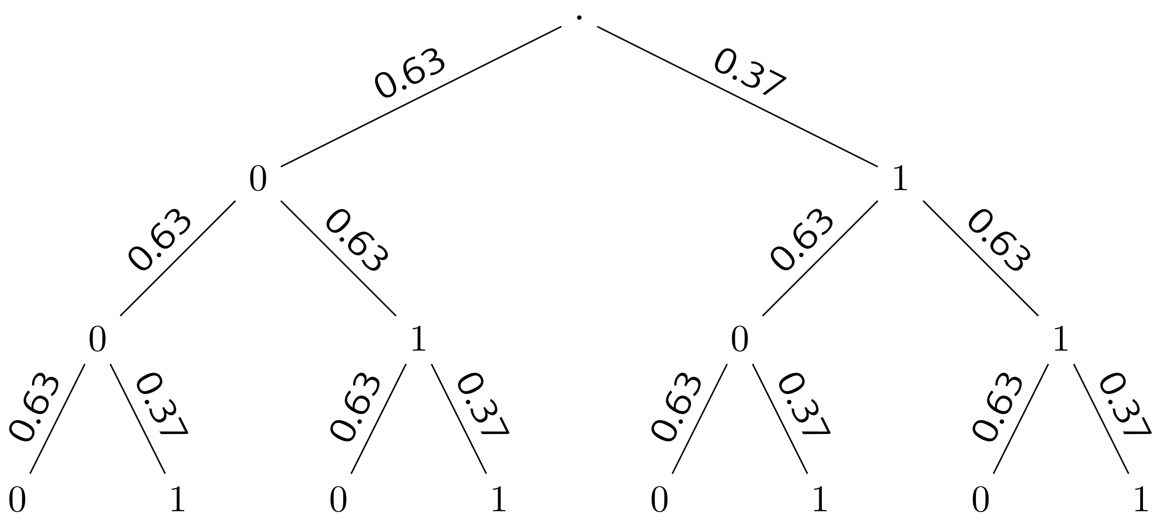
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X=0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X=1) = 3 \times 0.37^1 \times 0.63^2 \approx 0.441$$

4.

$$P(X = 0) = 0.63^3 \approx 0.25$$

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 3 \times 0.37^2 \times 0.63^1 + 0.37^3 \approx 0.31$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.25	0.441	0.259	0.051

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.25 + 1 \times 0.441 + 2 \times 0.259 + 3 \times 0.051 = 1.11$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 1.11 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 44$
2. $2^x = 33$
3. $0.94^x \leq 43$
4. $9 \times 0.17^x = 30$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(44)$
2. $x = \frac{\log(33)}{\log(2)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(43)}{\log(0.94)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 9 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(3.33)}{\log(0.17)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -2x^3 + 99x^2 + 2580x + 46$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(43)$ et $f'(-10)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -6x^2 + 198x + 2580$
2.

$$\begin{aligned} f'(43) &= -6 \times 43^2 + 198 \times 43 + 2580 \\ &= -6 \times 1849 + 8514 + 2580 \\ &= -11094 + 11094 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-10) &= -6 \times -10^2 + 198(-10) + 2580 \\ &= -6 \times 100 - 1980 + 2580 \\ &= -600 + 600 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 43$ et $x = -10$ sont des racines de $f'(x) = -6x^2 + 198x + 2580$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -6(x - 43)(x - -10)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 CAGLAR Rojin

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.86.

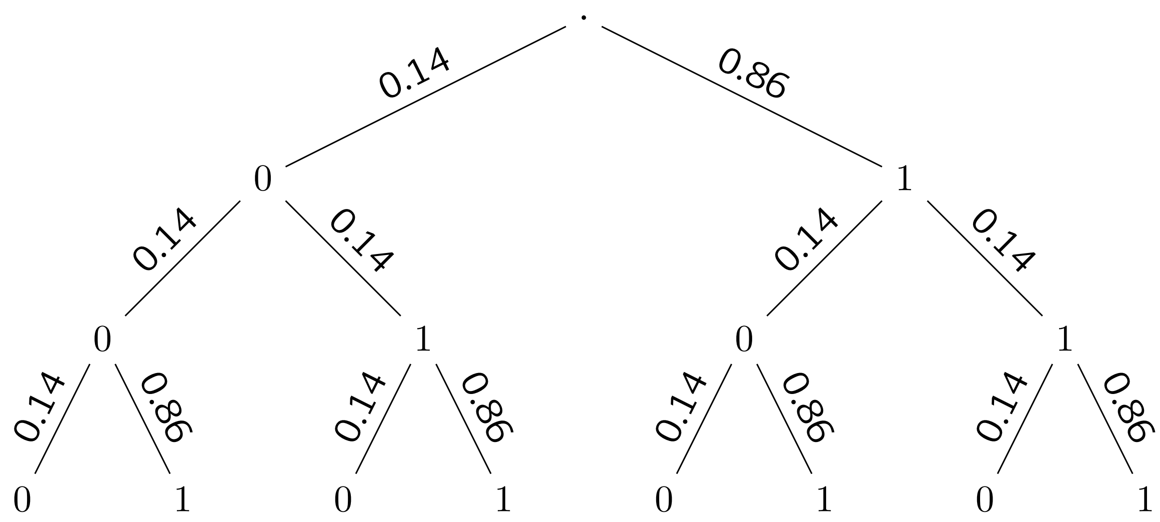
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X=0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X=1) = 3 \times 0.86^1 \times 0.14^2 \approx 0.051$$

4.
$$P(X=0) = 0.14^3 \approx 0.003$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.86^2 \times 0.14^1 + 0.86^3 \approx 0.947$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.003	0.051	0.311	0.636

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.003 + 1 \times 0.051 + 2 \times 0.311 + 3 \times 0.636 = 2.58$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 2.58 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 14$
2. $2^x = 38$
3. $0.15^x \leq 40$
4. $9 \times 0.56^x = 29$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(14)$
2. $x = \frac{\log(38)}{\log(2)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(40)}{\log(0.15)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 9 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(3.22)}{\log(0.56)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -x^3 + 67.5x^2 - 258x - 11$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(43)$ et $f'(2)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -3x^2 + 135x - 258$
2.

$$\begin{aligned} f'(43) &= -3 \times 43^2 + 135 \times 43 - 258 \\ &= -3 \times 1849 + 5805 - 258 \\ &= -5547 + 5547 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(2) &= -3 \times 2^2 + 135 \times 2 - 258 \\ &= -3 \times 4 + 270 - 258 \\ &= -12 + 12 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 43$ et $x = 2$ sont des racines de $f'(x) = -3x^2 + 135x - 258$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -3(x - 43)(x - 2)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 DARICHE Kaïs

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.16.

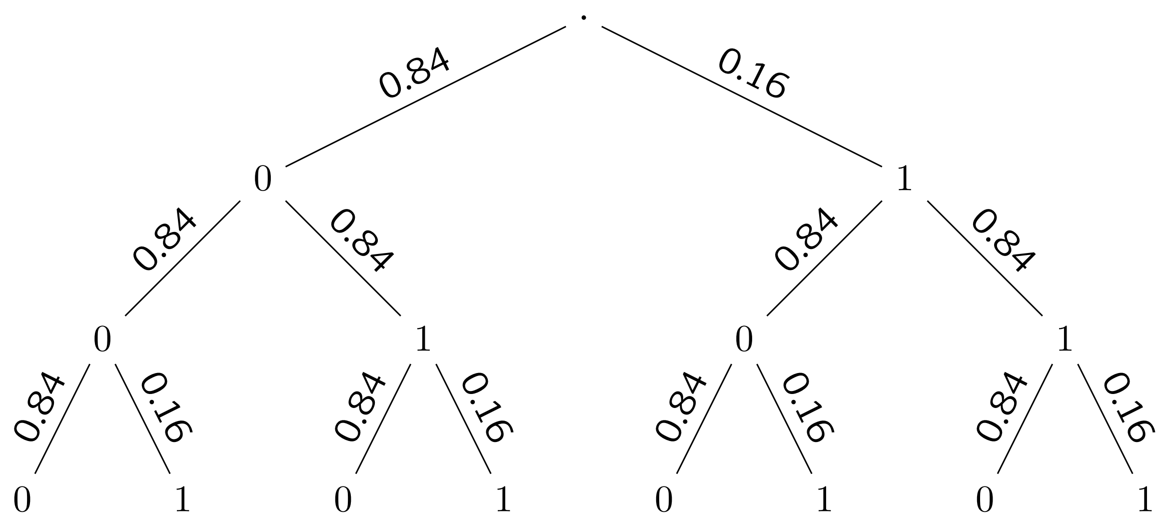
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.16^1 \times 0.84^2 \approx 0.339$$

4.
$$P(X=0) = 0.84^3 \approx 0.593$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.16^2 \times 0.84^1 + 0.16^3 \approx 0.069$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.593	0.339	0.065	0.004

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.593 + 1 \times 0.339 + 2 \times 0.065 + 3 \times 0.004 = 0.48$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.48 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 35$
2. $14^x = 11$
3. $0.39^x \leq 48$
4. $3 \times 0.07^x = 4$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(35)$
2. $x = \frac{\log(11)}{\log(14)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(48)}{\log(0.39)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 3 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(1.33)}{\log(0.07)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = x^3 - 54x^2 + 780x + 36$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(26)$ et $f'(10)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 3x^2 - 108x + 780$
2.
$$\begin{aligned} f'(26) &= 3 \times 26^2 - 108 \times 26 + 780 \\ &= 3 \times 676 - 2808 + 780 \\ &= 2028 - 2028 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(10) &= 3 \times 10^2 - 108 \times 10 + 780 \\ &= 3 \times 100 - 1080 + 780 \\ &= 300 - 300 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 26$ et $x = 10$ sont des racines de $f'(x) = 3x^2 - 108x + 780$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 3(x - 26)(x - 10)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.1.

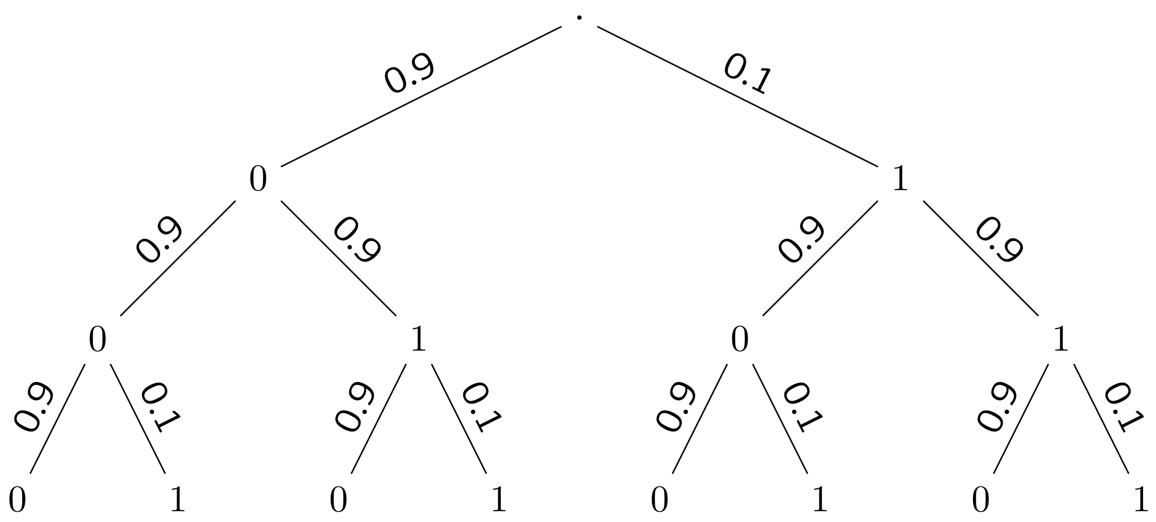
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.1^1 \times 0.9^2 \approx 0.243$$

4.
$$P(X=0) = 0.9^3 \approx 0.729$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.1^2 \times 0.9^1 + 0.1^3 \approx 0.028$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.729	0.243	0.027	0.001

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.729 + 1 \times 0.243 + 2 \times 0.027 + 3 \times 0.001 = 0.3$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.3 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 25$
2. $12^x = 21$
3. $0.77^x \leq 22$
4. $6 \times 0.4^x = 40$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(25)$
2. $x = \frac{\log(21)}{\log(12)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité.
   $x \geq \frac{\log(22)}{\log(0.77)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 6 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
   $x = \frac{\log(6.67)}{\log(0.4)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 4x^3 - 132x^2 - 5460x + 39$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(35)$ et $f'(-13)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 12x^2 - 264x - 5460$
2.

$$\begin{aligned} f'(35) &= 12 \times 35^2 - 264 \times 35 - 5460 \\ &= 12 \times 1225 - 9240 - 5460 \\ &= 14700 - 14700 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-13) &= 12 \times -13^2 - 264(-13) - 5460 \\ &= 12 \times 169 + 3432 - 5460 \\ &= 2028 - 2028 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 35$ et $x = -13$ sont des racines de $f'(x) = 12x^2 - 264x - 5460$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 12(x - 35)(x - -13)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 GERMAIN Anaïs

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.68.

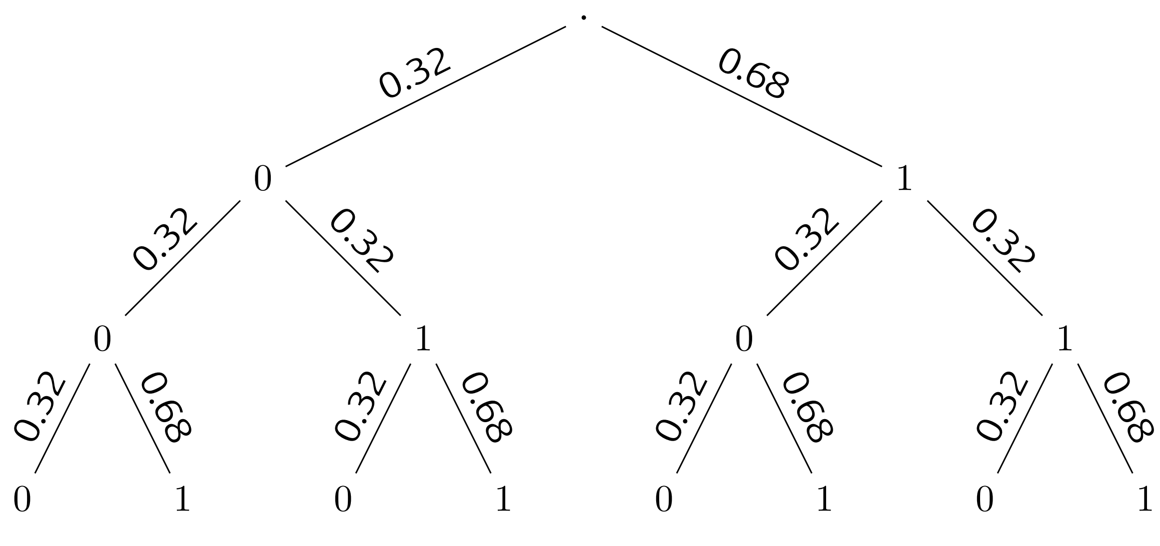
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.68^1 \times 0.32^2 \approx 0.209$$

4. $$P(X=0) = 0.32^3 \approx 0.033$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.68^2 \times 0.32^1 + 0.68^3 \approx 0.758$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.033	0.209	0.444	0.314

   On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.033 + 1 \times 0.209 + 2 \times 0.444 + 3 \times 0.314 = 2.04$$
   On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 2.04 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 48$
2. $2^x = 42$
3. $0.47^x \leq 46$
4. $7 \times 0.37^x = 45$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(48)$
2. $x = \frac{\log(42)}{\log(2)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité.
   $x \geq \frac{\log(46)}{\log(0.47)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 7 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
   $x = \frac{\log(6.43)}{\log(0.37)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -7x^3 + 472.5x^2 + 4116x + 48$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(49)$ et $f'(-4)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -21x^2 + 945x + 4116$
2.
$$\begin{aligned} f'(49) &= -21 \times 49^2 + 945 \times 49 + 4116 \\ &= -21 \times 2401 + 46305 + 4116 \\ &= -50421 + 50421 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-4) &= -21 \times -4^2 + 945(-4) + 4116 \\ &= -21 \times 16 - 3780 + 4116 \\ &= -336 + 336 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 49$ et $x = -4$ sont des racines de $f'(x) = -21x^2 + 945x + 4116$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante
$$f'(x) = -21(x - 49)(x - -4)$$
4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 HADJRAS Mohcine

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.31.

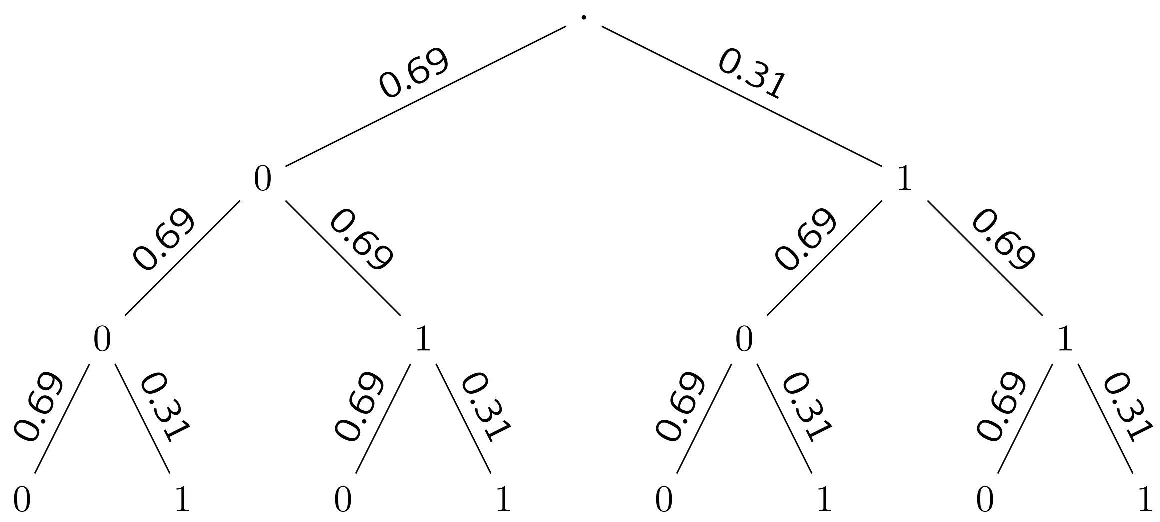
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X=0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X=1) = 3 \times 0.31^1 \times 0.69^2 \approx 0.443$$

4.
$$P(X=0) = 0.69^3 \approx 0.329$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.31^2 \times 0.69^1 + 0.31^3 \approx 0.229$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.329	0.443	0.199	0.03

   On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.329 + 1 \times 0.443 + 2 \times 0.199 + 3 \times 0.03 = 0.93$$
   On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.93 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 10$
2. $11^x = 20$
3. $0.09^x \leq 22$
4. $6 \times 0.16^x = 45$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(10)$
2. $x = \frac{\log(20)}{\log(11)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(22)}{\log(0.09)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 6 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(7.5)}{\log(0.16)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 3x^3 - 225x^2 + 4896x + 16$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(34)$ et $f'(16)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 9x^2 - 450x + 4896$
2.

$$\begin{aligned}
f'(34) &= 9 \times 34^2 - 450 \times 34 + 4896 \\
&= 9 \times 1156 - 15300 + 4896 \\
&= 10404 - 10404 \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(16) &= 9 \times 16^2 - 450 \times 16 + 4896 \\
&= 9 \times 256 - 7200 + 4896 \\
&= 2304 - 2304 \\
&= 0
\end{aligned}$$

   Donc $x = 34$ et $x = 16$ sont des racines de $f'(x) = 9x^2 - 450x + 4896$.

3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 9(x - 34)(x - 16)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.41.

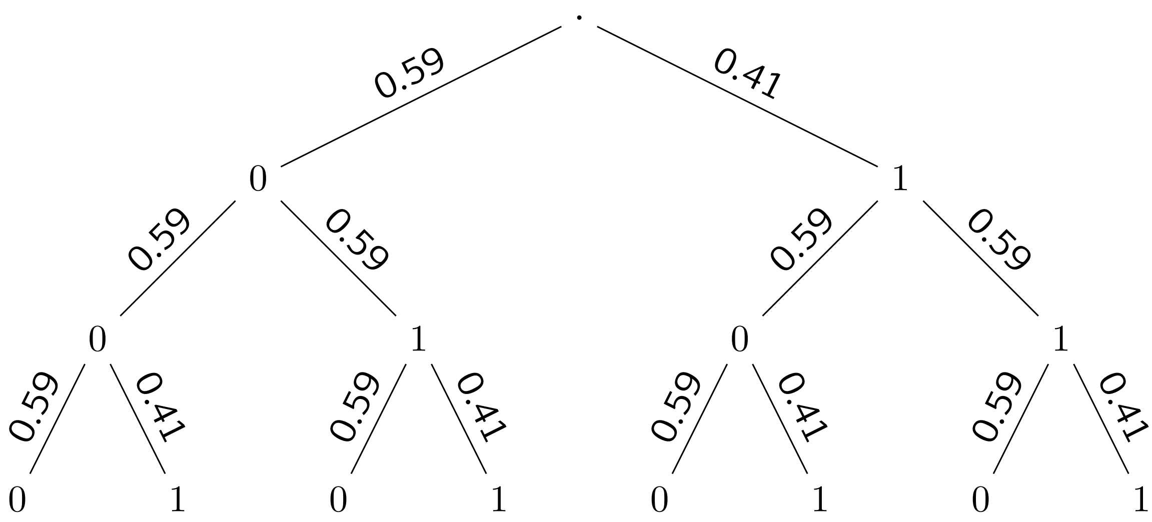
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X=0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1



1.
2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X=1) = 3 \times 0.41^1 \times 0.59^2 \approx 0.428$$

4.
$$P(X=0) = 0.59^3 \approx 0.205$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.41^2 \times 0.59^1 + 0.41^3 \approx 0.367$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.205	0.428	0.298	0.069

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.205 + 1 \times 0.428 + 2 \times 0.298 + 3 \times 0.069 = 1.23$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 1.23 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 24$
2. $14^x = 16$
3. $0.35^x \leq 34$
4. $8 \times 0.25^x = 36$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(24)$
2. $x = \frac{\log(16)}{\log(14)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(34)}{\log(0.35)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 8 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(4.5)}{\log(0.25)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 7x^3 - 346.5x^2 - 4914x + 30$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(39)$ et $f'(-6)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 21x^2 - 693x - 4914$
2.

$$\begin{aligned} f'(39) &= 21 \times 39^2 - 693 \times 39 - 4914 \\ &= 21 \times 1521 - 27027 - 4914 \\ &= 31941 - 31941 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-6) &= 21 \times -6^2 - 693(-6) - 4914 \\ &= 21 \times 36 + 4158 - 4914 \\ &= 756 - 756 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 39$ et $x = -6$ sont des racines de $f'(x) = 21x^2 - 693x - 4914$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 21(x - 39)(x - -6)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.58.

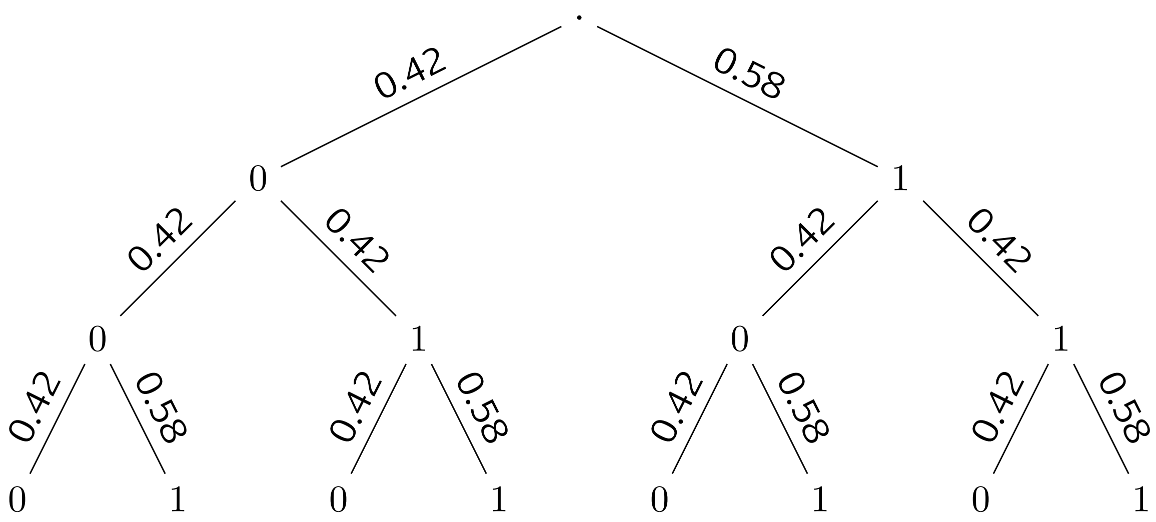
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.58^1 \times 0.42^2 \approx 0.307$$

4.
$$P(X=0) = 0.42^3 \approx 0.074$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.58^2 \times 0.42^1 + 0.58^3 \approx 0.619$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.074	0.307	0.424	0.195

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.074 + 1 \times 0.307 + 2 \times 0.424 + 3 \times 0.195 = 1.74$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 1.74 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 1$
2. $11^x = 10$
3. $0.52^x \leq 14$
4. $5 \times 0.49^x = 45$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(1)$
2. $x = \frac{\log(10)}{\log(11)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité.
$x \geq \frac{\log(14)}{\log(0.52)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 5 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
$x = \frac{\log(9.0)}{\log(0.49)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -9x^3 + 364.5x^2 + 756x - 21$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(28)$ et $f'(-1)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -27x^2 + 729x + 756$
2. $$\begin{aligned} f'(28) &= -27 \times 28^2 + 729 \times 28 + 756 \\ &= -27 \times 784 + 20412 + 756 \\ &= -21168 + 21168 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   $$\begin{aligned} f'(-1) &= -27 \times -1^2 + 729(-1) + 756 \\ &= -27 \times 1 - 729 + 756 \\ &= -27 + 27 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 28$ et $x = -1$ sont des racines de $f'(x) = -27x^2 + 729x + 756$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

   $$f'(x) = -27(x - 28)(x - -1)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.59.

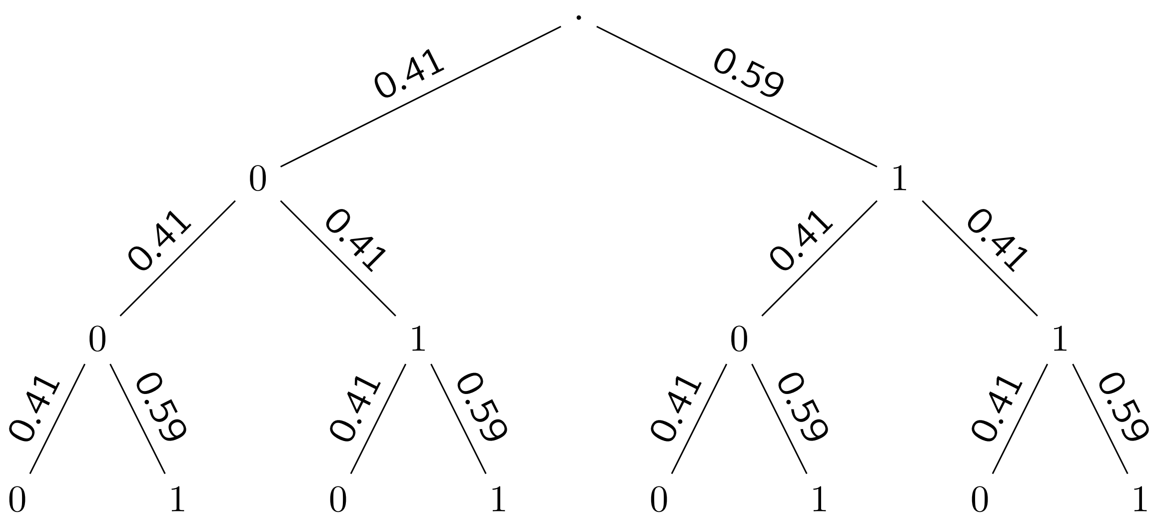
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1



1.
2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.59^1 \times 0.41^2 \approx 0.298$$

4. $$P(X=0) = 0.41^3 \approx 0.069$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.59^2 \times 0.41^1 + 0.59^3 \approx 0.633$$
5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.069	0.298	0.428	0.205

   On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.069 + 1 \times 0.298 + 2 \times 0.428 + 3 \times 0.205 = 1.77$$
   On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 1.77 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 5$
2. $15^x = 1$
3. $0.57^x \leq 45$
4. $3 \times 0.51^x = 21$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(5)$
2. $x = \frac{\log(1)}{\log(15)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(45)}{\log(0.57)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 3 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
   $x = \frac{\log(7.0)}{\log(0.51)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -x^3 + 43.5x^2 + 510x - 37$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(34)$ et $f'(-5)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -3x^2 + 87x + 510$
2.

$$\begin{aligned} f'(34) &= -3 \times 34^2 + 87 \times 34 + 510 \\ &= -3 \times 1156 + 2958 + 510 \\ &= -3468 + 3468 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-5) &= -3 \times -5^2 + 87(-5) + 510 \\ &= -3 \times 25 - 435 + 510 \\ &= -75 + 75 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Donc $x = 34$ et $x = -5$ sont des racines de $f'(x) = -3x^2 + 87x + 510$.

3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -3(x - 34)(x - -5)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 MORFIN Chloé

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.96.

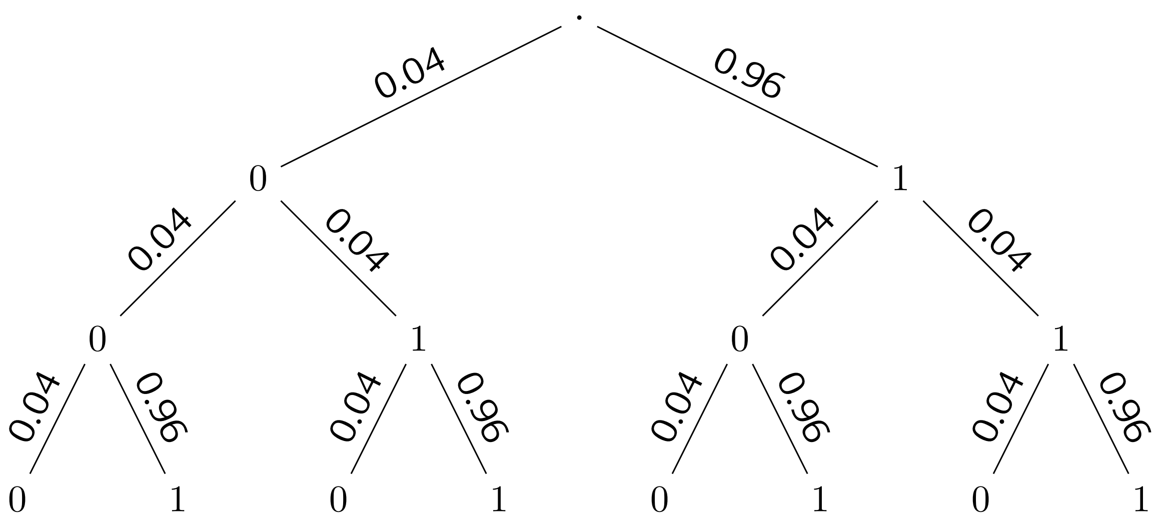
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.96^1 \times 0.04^2 \approx 0.005$$

4.
$$P(X = 0) = 0.04^3 \approx 0.0$$
$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 3 \times 0.96^2 \times 0.04^1 + 0.96^3 \approx 0.996$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.0	0.005	0.111	0.885

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.0 + 1 \times 0.005 + 2 \times 0.111 + 3 \times 0.885 = 2.88$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 2.88 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 17$
2. $3^x = 31$
3. $0.44^x \leq 45$
4. $9 \times 1.0^x = 17$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(17)$
2. $x = \frac{\log(31)}{\log(3)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(45)}{\log(0.44)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 9 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(1.89)}{\log(1.0)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -8x^3 + 324x^2 + 1392x - 9$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(29)$ et $f'(-2)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -24x^2 + 648x + 1392$
2.

$$\begin{aligned} f'(29) &= -24 \times 29^2 + 648 \times 29 + 1392 \\ &= -24 \times 841 + 18792 + 1392 \\ &= -20184 + 20184 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-2) &= -24 \times -2^2 + 648(-2) + 1392 \\ &= -24 \times 4 - 1296 + 1392 \\ &= -96 + 96 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 29$ et $x = -2$ sont des racines de $f'(x) = -24x^2 + 648x + 1392$.

3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -24(x - 29)(x - -2)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 PERES RAMALHO Emeric

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.19.

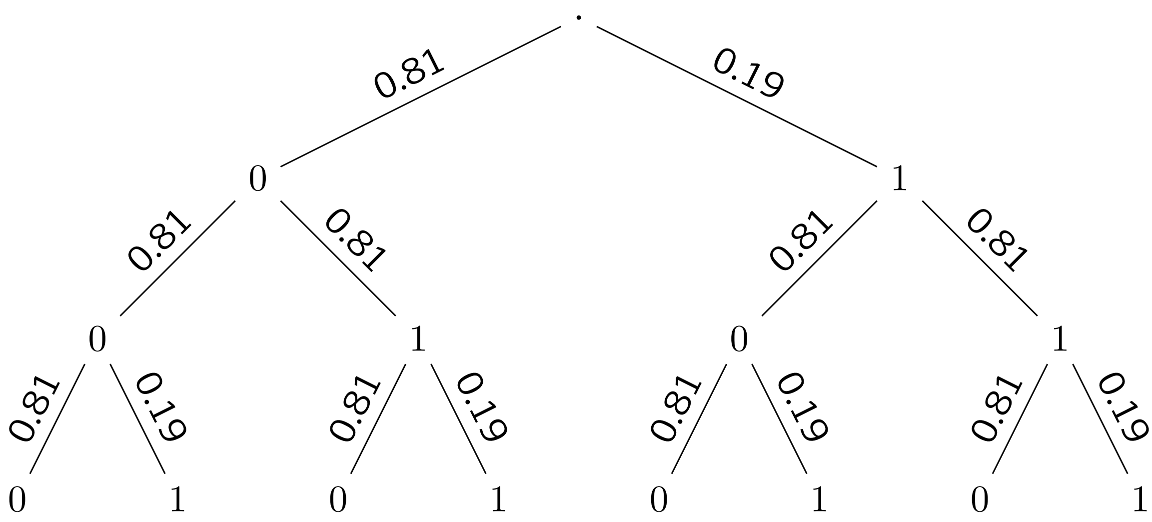
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.19^1 \times 0.81^2 \approx 0.374$$

4.

$$P(X=0) = 0.81^3 \approx 0.531$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.19^2 \times 0.81^1 + 0.19^3 \approx 0.095$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.531	0.374	0.088	0.007

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.531 + 1 \times 0.374 + 2 \times 0.088 + 3 \times 0.007 = 0.57$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.57 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 5$
2. $4^x = 39$
3. $0.95^x \leq 21$
4. $10 \times 0.74^x = 16$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(5)$
2. $x = \frac{\log(39)}{\log(4)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité.
   $x \geq \frac{\log(21)}{\log(0.95)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 10 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
   $x = \frac{\log(1.6)}{\log(0.74)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -3x^3 + 108x^2 - 396x - 26$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(22)$ et $f'(2)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -9x^2 + 216x - 396$
2.

$$\begin{aligned} f'(22) &= -9 \times 22^2 + 216 \times 22 - 396 \\ &= -9 \times 484 + 4752 - 396 \\ &= -4356 + 4356 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(2) &= -9 \times 2^2 + 216 \times 2 - 396 \\ &= -9 \times 4 + 432 - 396 \\ &= -36 + 36 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 22$ et $x = 2$ sont des racines de $f'(x) = -9x^2 + 216x - 396$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -9(x - 22)(x - 2)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 RADOUAA Saleh

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.08.

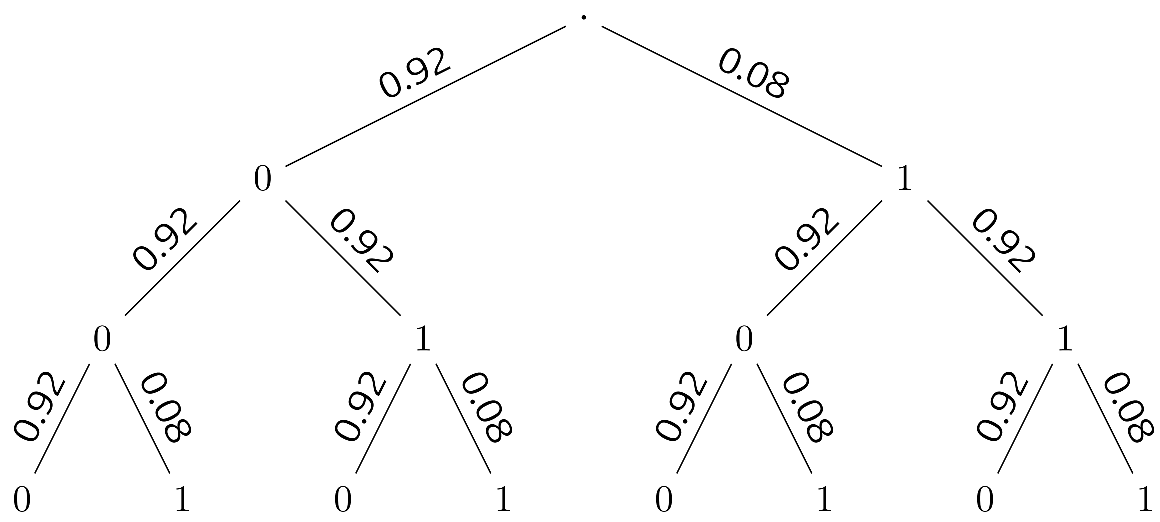
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.08^1 \times 0.92^2 \approx 0.203$$

4. $$P(X=0) = 0.92^3 \approx 0.779$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.08^2 \times 0.92^1 + 0.08^3 \approx 0.019$$
5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.779	0.203	0.018	0.001

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.779 + 1 \times 0.203 + 2 \times 0.018 + 3 \times 0.001 = 0.24$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.24 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 8$
2. $17^x = 11$
3. $0.84^x \leq 28$
4. $8 \times 0.96^x = 22$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(8)$
2. $x = \frac{\log(11)}{\log(17)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité.
$x \geq \frac{\log(28)}{\log(0.84)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 8 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$.
$x = \frac{\log(2.75)}{\log(0.96)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 3x^3 - 207x^2 + 1161x + 46$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(43)$ et $f'(3)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 9x^2 - 414x + 1161$
2.

$$\begin{aligned} f'(43) &= 9 \times 43^2 - 414 \times 43 + 1161 \\ &= 9 \times 1849 - 17802 + 1161 \\ &= 16641 - 16641 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(3) &= 9 \times 3^2 - 414 \times 3 + 1161 \\ &= 9 \times 9 - 1242 + 1161 \\ &= 81 - 81 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 43$ et $x = 3$ sont des racines de $f'(x) = 9x^2 - 414x + 1161$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 9(x - 43)(x - 3)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 TAY Ummuhan

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.72.

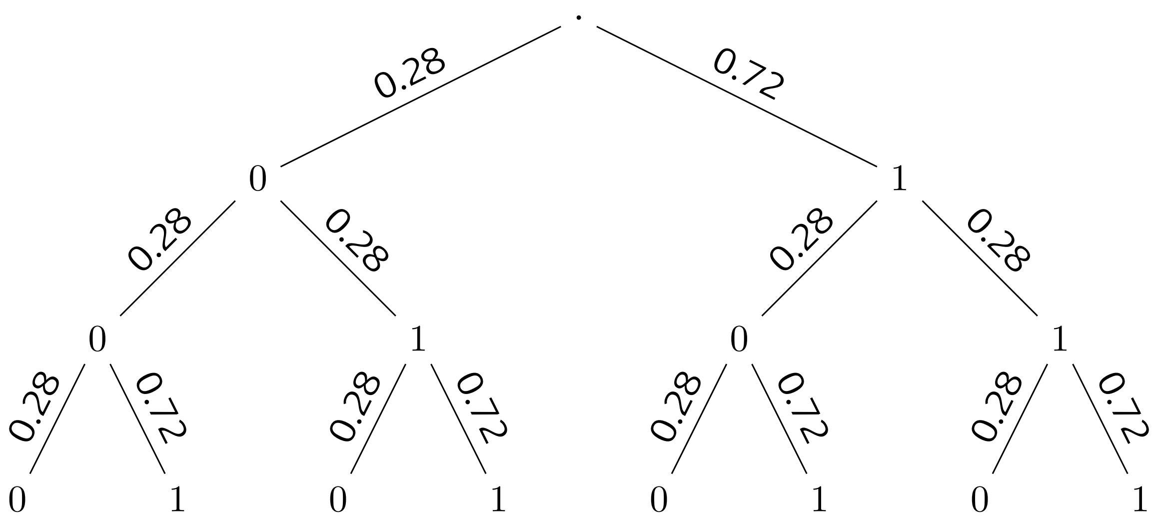
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.72^1 \times 0.28^2 \approx 0.169$$

4.
$$P(X=0) = 0.28^3 \approx 0.022$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.72^2 \times 0.28^1 + 0.72^3 \approx 0.808$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.022	0.169	0.435	0.373

On peut alors calculer l'espérance
$$E[X] = 0 \times 0.022 + 1 \times 0.169 + 2 \times 0.435 + 3 \times 0.373 = 2.16$$
On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 2.16 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 41$
2. $2^x = 7$
3. $0.44^x \leq 20$
4. $3 \times 0.08^x = 24$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(41)$
2. $x = \frac{\log(7)}{\log(2)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(20)}{\log(0.44)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 3 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(8.0)}{\log(0.08)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 7x^3 - 472.5x^2 + 10374x + 15$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(26)$ et $f'(19)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = 21x^2 - 945x + 10374$
2.

$$\begin{aligned} f'(26) &= 21 \times 26^2 - 945 \times 26 + 10374 \\ &= 21 \times 676 - 24570 + 10374 \\ &= 14196 - 14196 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(19) &= 21 \times 19^2 - 945 \times 19 + 10374 \\ &= 21 \times 361 - 17955 + 10374 \\ &= 7581 - 7581 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 26$ et $x = 19$ sont des racines de $f'(x) = 21x^2 - 945x + 10374$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = 21(x - 26)(x - 19)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 VIALON-DUPERRON Victorien

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.18.

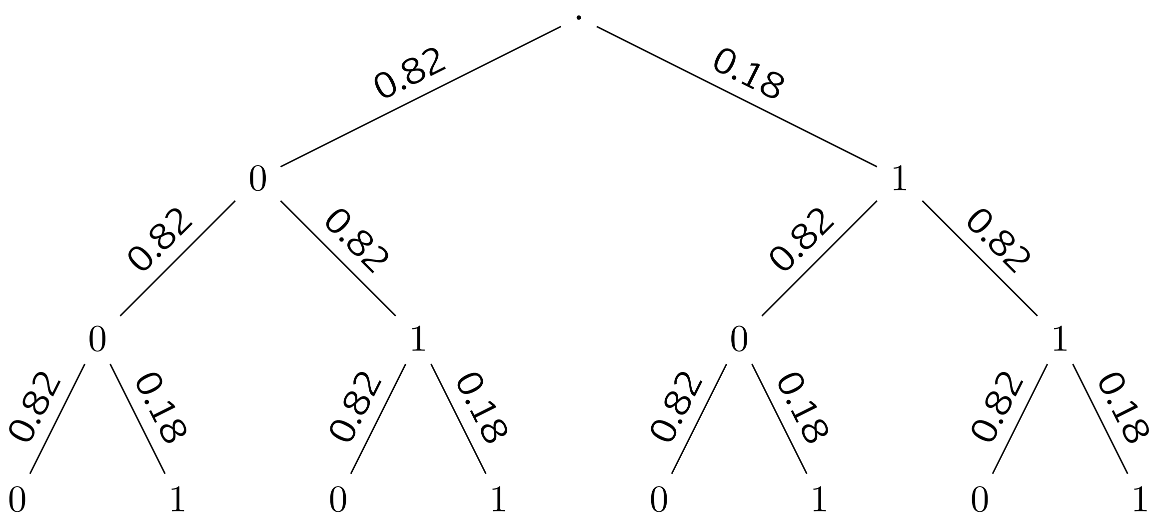
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.18^1 \times 0.82^2 \approx 0.363$$

4.
$$P(X=0) = 0.82^3 \approx 0.551$$
$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.18^2 \times 0.82^1 + 0.18^3 \approx 0.086$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.551	0.363	0.08	0.006

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.551 + 1 \times 0.363 + 2 \times 0.08 + 3 \times 0.006 = 0.54$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.54 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 22$
2. $4^x = 6$
3. $0.01^x \leq 35$
4. $10 \times 0.36^x = 19$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses!

1. $x = \log(22)$
2. $x = \frac{\log(6)}{\log(4)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(35)}{\log(0.01)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 10 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(1.9)}{\log(0.36)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -4x^3 + 72x^2 + 1296x - 22$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(18)$ et $f'(-6)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -12x^2 + 144x + 1296$
2.

$$\begin{aligned} f'(18) &= -12 \times 18^2 + 144 \times 18 + 1296 \\ &= -12 \times 324 + 2592 + 1296 \\ &= -3888 + 3888 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(-6) &= -12 \times -6^2 + 144(-6) + 1296 \\ &= -12 \times 36 - 864 + 1296 \\ &= -432 + 432 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 18$ et $x = -6$ sont des racines de $f'(x) = -12x^2 + 144x + 1296$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -12(x - 18)(x - -6)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.

DM2 — ZENAGUI Yanis

TST – À render pour le Mercredi 24 février

Exercice 1 — Loi binomiale

Trois personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.23.

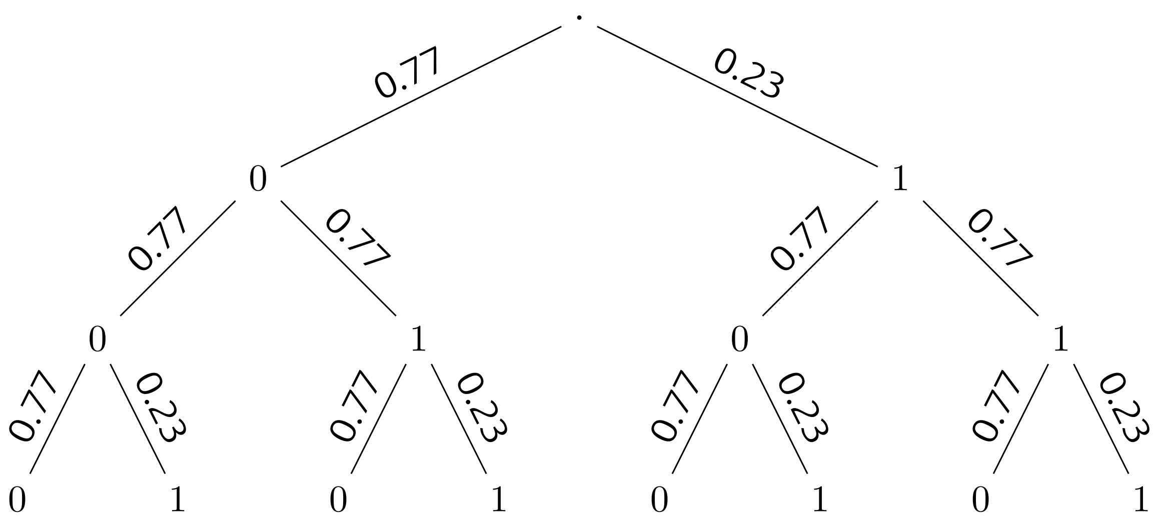
Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 3 personnes de ce groupe.

1. Tracer l'arbre représentant le situation.
2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
3. Quelle est la probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique ?
4. Calculer puis interpréter les probabilités suivantes

$$P(X = 0) \qquad\qquad P(X \geq 2)$$

5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Solution 1

1. 

2. Chaque personne a 2 possibilités (1 : fait sonner ou 2 : ne fait pas sonner) et l'on fait passer 3 personnes ce qui correspond à une répétition identique et aléatoire. On peut donc modéliser la situation par une loi binomiale.

$$X \sim \mathcal{B}(3; 0.76)$$

3. Probabilité qu'une seule personne fasse sonner le portique. On voit qu'il y a 3 branches qui correspondent à cette situation dont

$$P(X = 1) = 3 \times 0.23^1 \times 0.77^2 \approx 0.409$$

4.

$$P(X=0) = 0.77^3 \approx 0.457$$

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 3 \times 0.23^2 \times 0.77^1 + 0.23^3 \approx 0.134$$

5. Il faut d'abord tracer le tableau résumant la loi de probabilité :

Valeur	0	1	2	3
Probabilité	0.457	0.409	0.122	0.012

On peut alors calculer l'espérance

$$E[X] = 0 \times 0.457 + 1 \times 0.409 + 2 \times 0.122 + 3 \times 0.012 = 0.69$$

On peut donc estimer qu'il y aura en moyenne 0.69 personnes qui feront sonner le portique sur les 3 personnes.

Exercice 2 — Équation puissance

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1. $10^x = 15$
2. $7^x = 38$
3. $0.66^x \leq 14$
4. $9 \times 0.36^x = 21$

Solution 2

Les solutions ci-dessous ne sont pas justifiée car l'ordinateur ne sait pas faire. Par contre, vous vous devez savoir justifier vos réponses !

1. $x = \log(15)$
2. $x = \frac{\log(38)}{\log(7)}$
3. Il faut faire attention quand on divise par un log car ce dernier peut être négatif ce qui est le cas ici. Il faut donc pense à changer le sens de l'inégalité. $x \geq \frac{\log(14)}{\log(0.66)}$
4. Il faut penser à faire la division à par 9 avant d'utiliser le log car sinon, on ne peut pas utiliser la formule $\log(a^n) = n \times \log(a)$. $x = \frac{\log(2.33)}{\log(0.36)}$

Exercice 3 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = -5x^3 + 375x^2 - 4515x + 9$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.
2. Calculer $f'(43)$ et $f'(7)$.
3. En déduire une forme factorisée de $f'(x)$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f(x)$.
5. Est-ce que la fonction $f(x)$ admet un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

Solution 3

1. Dérivée de $f(x)$: $f'(x) = -15x^2 + 750x - 4515$
2.

$$\begin{aligned} f'(43) &= -15 \times 43^2 + 750 \times 43 - 4515 \\ &= -15 \times 1849 + 32250 - 4515 \\ &= -27735 + 27735 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(7) &= -15 \times 7^2 + 750 \times 7 - 4515 \\ &= -15 \times 49 + 5250 - 4515 \\ &= -735 + 735 \\ &= 0 \end{aligned}$$

   Donc $x = 43$ et $x = 7$ sont des racines de $f'(x) = -15x^2 + 750x - 4515$.
3. On en déduit la forme factorisée suivante

$$f'(x) = -15(x - 43)(x - 7)$$

4. Pas de correction disponible
5. À causes des branches extérieurs, la fonction $f(x)$ n'a pas de maximum ou de minimum.