

Étude Polynômes - Cours

– Novembre 2020

3 Racine et factorisation

Définition

Soit $f(x)$ un polynôme, on dit que x est une **racine de f** si et seulement si

$$f(x) = 0$$

Exemples

- Montrons que $x = 1$ est une racine du polynôme $f(x) = x^2 - 1$.

À faire au crayon à papier : Calculer $f(1)$ et conclure

- Montrons que $x = -2$ est une racine du polynôme $f(x) = 0.5x^3 + 1.5x^2 + x$.

À faire au crayon à papier : Calculer $f(-2)$ et conclure

Propriété

- Un polynôme de degré 1 a une seule racine.
- Un polynôme de degré 2 a 0, 1 ou 2 racines différentes.
- Un polynôme de degré 3 a 1, 2 ou 3 racines différentes.

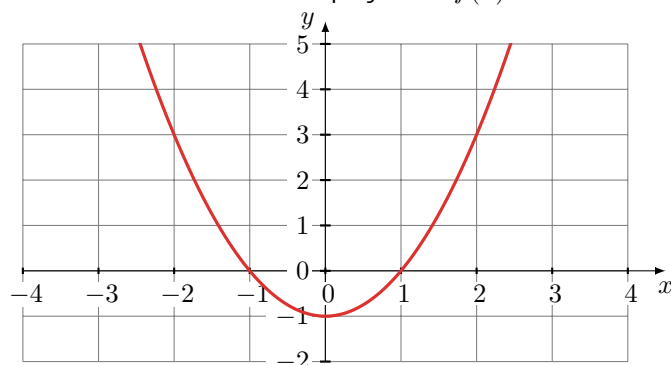
Remarque : Dans la pratique, il n'est pas évident de déterminer par le calcul les racines d'un polynôme. Il existe des méthodes qui ne sont pas au programme. Par contre, il est facile de les observer sur des graphiques.

Propriété

Soit $f(x)$ un polynôme, alors les racines de f sont les abscisses des points d'intersections entre la courbe représentative de f et l'axe des abscisses.

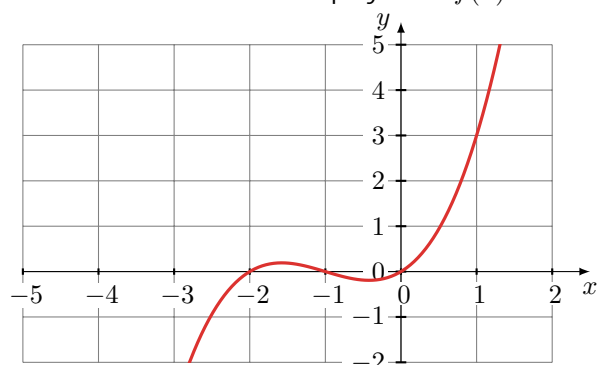
Exemples

- Observation des racines du polynôme $f(x) = x^2 - 1$



À faire au crayon à papier : Repérer sur le graphique les deux racines du polynôme.

- Observation des racines du polynôme $f(x) = 0.5x^3 + 1.5x^2 + x$



À faire au crayon à papier : Repérer graphiquement les deux racines du polynôme.

Propriété

Un polynôme $f(x)$ est sous la forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$ si et seulement si x_1, x_2, \dots et x_n sont des racines de f .

Exemples

- Donner la forme factorisée de $f(x) = x^2 - 1$.

À faire au crayon à papier : Lister les racines de $f(x)$ puis déterminer la forme factorisée.

- Donner la forme factorisée de $f(x) = 0.5x^3 + 1.5x^2 + x$

À faire au crayon à papier : Lister les racines de $f(x)$ puis déterminer la forme factorisée.