

Équation différentielle - Cours

– février 2021

1 Équation différentielle

Définition

Une équation différentielle est une relation une variable (x, t, \dots), une fonction (f) et les dérivées de cette fonction (f' , $f'' \dots$).

Résoudre une équation différentielle consiste à déterminer toutes les fonctions qui satisfont cette relation.

Exemple

On souhaite résoudre l'équation différentielle $f'(x) = 3x^2$.

Le cours sur la primitive nous permet résoudre cette équation. Une solution peut-être

$$f(x) = x^3$$

Mais il en existe d'autres

$$f(x) = x^3 + 1$$

$$f(x) = x^3 + 2$$

$$f(x) = x^3 - 1$$

$$f(x) = x^3 - 4$$

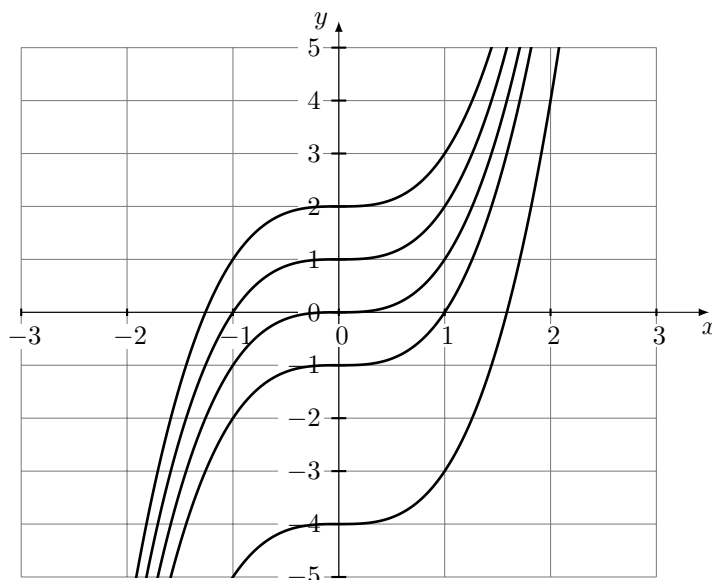
On peut vérifier que cette fonction est bien solution de cette équation la dérivant :

À faire au crayon à papier :

On peut noter toutes ces solutions sous la forme suivantes

$$f(x) = x^3 + k \quad \text{avec } k \text{ un nombre réel}$$

Cela signifie qu'il y a une infinité de solution à cette équation différentielle. Toutes les fonctions tracées dans le graphiques ci-dessous sont des solutions (et il en existe une infinité d'autres)



Notation

Il y a différentes façons de noter les dérivées dans les équations différentielles :

Classique : $f'(x) = 3x^2 + k$

Compacte : $y' = 3x^2 + k$

Physicienne : $\frac{df}{dx} = 3x^2 + k$