

Binomiale et échantillonnage - Cours

– octobre 2020

1 Expérience et loi de Bernoulli

Définition

Une expérience aléatoire qui a deux issues possibles (que l'on nommera succès et échec) est appelé **épreuve de Bernoulli**.

En associant la valeur 1 à un succès et 0 à un échec. On peut modéliser cette expérience avec un variable aléatoire X qui suit un **loi de Bernoulli** (notée $X \sim \mathcal{B}(p)$) résumée par le tableau suivant :

Valeurs	1	0
Probabilité	p	$1-p$

où p est la probabilité d'avoir un succès.

Exemple

Un passager qui a 9 chances sur 10 de se présenter à l'embarquement d'un avion.

À faire au crayon à papier : Préciser ce qu'est le succès, l'échec, déterminer la valeur de p et compléter le tableau

Propriétés

Soit $X \sim \mathcal{B}$ alors

- L'espérance de X est $E[X] = p$
- L'écart-type de X est $\sigma = \sqrt{p(1-p)}$

Démonstration

À faire au crayon à papier : Démontrer la formule de l'espérance

2 Loi binomiale

On a vu que pour simuler tout un vol, c'est à dire 53 passagers, il fallait répéter 53 fois l'épreuve de Bernoulli vue dans l'exemple précédent. Les répétitions d'épreuve de Bernoulli s'appellent **schéma de Bernoulli** et sont modéliser avec une loi binomiale.

Définition

La **loi Binomiale de paramètre n et p** notée $\mathcal{B}(n; p)$ est la loi de probabilité qui modélise la somme de répétitions indépendantes et identiques de n situations modélisées par une loi de Bernoulli de paramètre p .

Ces situations peuvent être représenté par un arbre de probabilité où chaque étage correspond à une répétition.

Exemple

Dans une classe de 20 élèves, Sarah ne veut pas être interrogée sur son travail. Le professeur interroge au hasard 3 élèves qu'il choisit de façon indépendantes et identiques.

On note X le nombre de fois que Sarah est interrogée.

À faire au crayon à papier : Quelle loi suit X ? Représenter la situation avec un arbre de probabilité