DS 2

Math complémentaires – 10 mai 2021

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 — Questions diverses(/5)

Dans cet exercices les questions sont indépendantes et peuvent être répondues séparément.

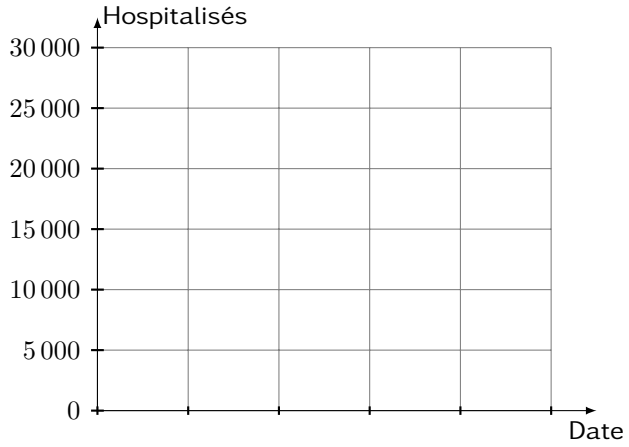
1. Réaliser la multiplication 8×28 en utilisant la table de logarithme ci-dessous (vous devrez détailler les étapes)

2	0.693	54	3.989	106	4.663	158	5.063	210	5.347
4	1.386	56	4.025	108	4.682	160	5.075	212	5.357
6	1.792	58	4.060	110	4.700	162	5.088	214	5.366
8	2.079	60	4.094	112	4.718	164	5.100	216	5.375
10	2.303	62	4.127	114	4.736	166	5.112	218	5.384
12	2.485	64	4.159	116	4.754	168	5.124	220	5.394
14	2.639	66	4.190	118	4.771	170	5.136	222	5.403
16	2.773	68	4.220	120	4.787	172	5.147	224	5.412
18	2.890	70	4.248	122	4.804	174	5.159	226	5.421
20	2.996	72	4.277	124	4.820	176	5.170	228	5.429
22	3.091	74	4.304	126	4.836	178	5.182	230	5.438
24	3.178	76	4.331	128	4.852	180	5.193	232	5.447
26	3.258	78	4.357	130	4.868	182	5.204	234	5.455
28	3.332	80	4.382	132	4.883	184	5.215	236	5.464
30	3.401	82	4.407	134	4.898	186	5.226	238	5.472
32	3.466	84	4.431	136	4.913	188	5.236	240	5.481
34	3.526	86	4.454	138	4.927	190	5.247	242	5.489
36	3.584	88	4.477	140	4.942	192	5.257	244	5.497
38	3.638	90	4.500	142	4.956	194	5.268	246	5.505
40	3.689	92	4.522	144	4.970	196	5.278	248	5.513
42	3.738	94	4.543	146	4.984	198	5.288	250	5.521
44	3.784	96	4.564	148	4.997	200	5.298		
46	3.829	98	4.585	150	5.011	202	5.308		
48	3.871	100	4.605	152	5.024	204	5.318		
50	3.912	102	4.625	154	5.037	206	5.328		
52	3.951	104	4.644	156	5.050	208	5.338		

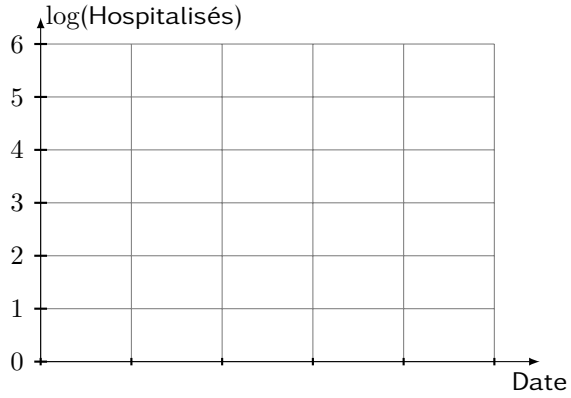
2. Ci-dessous vous trouverez le nombre de personnes hospitalisées entre le moi de mai et de juillet 2020 à cause du covid.

Date	2020-05-01	2020-05-15	2020-06-01	2020-06-15	2020-07-01	2020-07-15
Hospitalisés	25809	19801	14237	10707	8291	6873

(a) Placer les données sur le graphique suivant



(b) Placer les données sur le graphique suivant en prenant le logarithme du nombre d'hospitalisations.



(c) Nommer les deux courbes obtenues et expliquer en une phrase l'intérêt du graphique de droite.

3. Résoudre l'inéquation suivante

$$3e^{x+1} - 4 = 10$$

Exercice 2 — Baccalauréat(/5)

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2015 :

- 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général, 20 % un baccalauréat technologique et les autres un baccalauréat professionnel ;
- 91,5 % des candidats au baccalauréat général ont été reçus ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat technologique.

Source : DEPP (juillet 2015)

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2015 et on considère les évènements suivants :

- G : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat général » ;
- T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat technologique » ;
- S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel » ;
- R : « Le candidat a été reçu ».

Pour tout évènement A, on note $P(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ son évènement contraire.
De plus, si B est un autre évènement, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Préciser les probabilités $P(G), P(T), P_T(R)$ et $P_G(R)$.
2. Traduire la situation par un arbre pondéré. On indiquera les probabilités trouvées à la question précédente. Cet arbre pourra être complété par la suite.
3. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat technologique et l'ait obtenu est égale à 0,181 2.
4. Le ministère de l'Éducation Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session de 87,8 % pour l'ensemble des candidats présentant l'un des baccalauréats.
   (a) Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat professionnel et l'ait obtenu est égale à 0,248 45.
   (b) Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel, déterminer la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera une valeur approchée du résultat au millième.

Exercice 3 — Toboggan(/7)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[3\ ;13]$ par :

$$f(x) = -2x + 20 - \mathrm{e}^{-2x+10}.$$

Partie A : Étude de la fonction f

1. (a) Montrer que la fonction dérivée f', de la fonction f, définie pour tout x de l'intervalle $[3\ ;13]$, a pour expression :

$$f'(x) = -2 + 2\mathrm{e}^{-2x+10}$$

   (b) Résoudre dans l'intervalle $[3\ ;13]$ l'inéquation : $-2 + 2e^{-2x+10}$
   (c) En déduire les solutions de $f'(x) \geqslant 0$.
   (d) En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[3\ ;13]$ et dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.
2. (a) Démontrer que $F(x) = x^2 + 20x + 0.5e^{-2x+10}$ est une primitive de $f(x)$.
   (b) (Bonus) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_3^{13} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B : Application

Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 300 et 1 300. On suppose que toute la production est commercialisée.

Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de toboggans est modélisé sur l'intervalle $[3\ ;13]$ par la fonction f.

En utilisant la partie A, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer le bénéfice réalisé pour la productions et la vente de 10 toboggans.
2. Déterminer le nombre de toboggans que l'usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice, arrondi à l'euro.