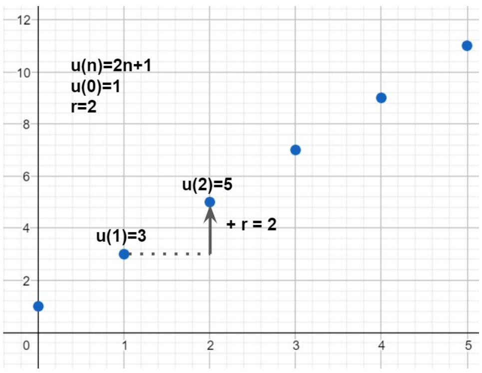
Les modèles démographiques

La mesure de l'effectif d'une population fournit un nombre fini de mesures sur une certaine durée (exemple : la mesure annuelle de l'effectif de la population française entre 1981 et 2010 nous fournit 30 valeurs). La mesure d'une population est donc une **grandeur discrète**.

L'outils mathématiques permettant de modéliser des grandeurs discrètes est la **suite** : une grandeur discrète u varie en fonction d'une variable entière n ; u(n) est la valeur que la grandeur prend à l'étape n. On s'intéresse à deux types de suites représentant deux types d'évolutions différentes :

1 - Les suites arithmétiques pour modéliser des évolutions linéaires

On utilise une **suite arithmétique** pour modéliser l'évolution d'une population si **la variation absolue** entre deux valeurs successive est constante ; on appelle cette valeur **la raison**.
Autrement dit : il existe r tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) - u(n) = r$.
Le nuage de points qui la représente forme alors **une droite**.



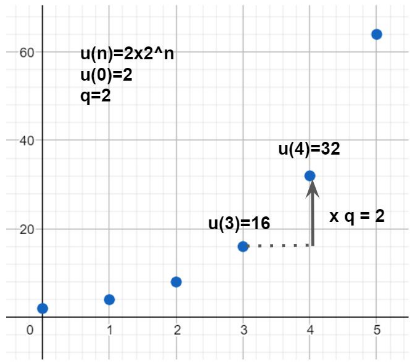
<u>Propriété</u> : Pour u, une suite arithmétique de raison r et de premier terme $u(0)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$:
$u(n+1) = u(n) + r$ et $u(n) = u(0) + n \times r$

***Exemple** : Soit une suite u de raison $r = 4\,000$ et de premier terme $u(0) = 350\,000$, combien vaut $u(11)$?*

Dans la réalité, pour une population dont la variation absolue est *presque* constante d'un palier à l'autre, on peut ajuster le nuage de points qui la représente par une droite. On trouve alors la suite arithmétique correspondant à cette droite : on obtient **un modèle linéaire**.

2 - Les suites géométriques pour des évolutions exponentielles

On utilise une **suite géométrique** pour modéliser l'évolution de la population si **la variation relative** et le **coefficient multiplicateur** entre deux valeurs successives sont constants ; on appelle ce coefficient multiplicateur constant **la raison**.
Autrement dit : il existe q tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = q \times u(n)$.
Le nuage de points qui la représente forme alors **une exponentielle**.



<u>Propriété</u> : Pour u, une suite géométrique de raison q et de premier terme $u(0)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u(n+1) = u(n) \times q$ et $u(n) = u(0) \times q^n$

***Exemple** : Soit une suite u de raison $q = 1,1$ et de premier terme $u(0) = 10\,000$, combien vaut $u(11)$?*

Dans la réalité, pour une population dont la variation relative est *presque* constante d'un palier à l'autre, on peut ajuster le nuage de points qui la représente par une exponentielle. On trouve alors la suite géométrique correspondant à cette exponentielle pour obtenir **un modèle exponentiel**.