Binomiale et echantillonnage - Cours

– Novembre 2020

4 Coefficients binomiaux

Définition

Soit n et k deux entiers naturels tels que $0 \leq k \leq n$.

Le coefficient binomial $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$, se lit "$k$ parmi n", et le nombre de façon d'obtenir k succès quand on fait n répétitions.

Par convention, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$.

Exemples

À faire au crayon à papier : Tracer l'arbre qui correspond à une loi binomiale $\mathcal{B}(3, 0.1)$. Lister le nombre succès possibles et le nombre de chemins qui y mène puis faire lien avec les coefficients binomiaux.

Propriétés

Soit n et k deux entiers naturels tels que $0 \leq k \leq n$.

$$\begin{pmatrix} n \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix} = 1 \qquad \begin{pmatrix} n-1 \\ k-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n-1 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$$

Il est possible de calculer ces coefficients binomiaux grâce au triangle de Pascale.

n \ k	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

À faire au crayon à papier : Compléter le tableau en utilisant les règles de calculs.

Exemples Nombre de façon de d'avoir 4 succès en 5 répétitions $\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \dots$

À faire au crayon à papier : à compléter

5 Formules des probabilités pour la loi binomiale

Propriétés

Soit $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ alors pour tout entier naturel k inférieur à n

$$P(X = k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} p^k (1-p)^{n-k}$$

Exemples Soit $X \sim \mathcal{B}(5, 0.1)$ alors

$$P(X = 3) =$$

À faire au crayon à papier : à compléter